



UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
FACULTAD DE TECNOLOGÍA DE LA INDUSTRIA
INGENIERÍA MECÁNICA

TÍTULO

Diseño de un modelo de rodete de la turbina Francis para el salto “La Sirena”.

AUTORES

Br. Kevin Ariel Vásquez Hernández.

Br. Rodrigo David Jiménez.

TUTOR

Ing. Silvio Solórzano Moody.

MANAGUA 26 DE FEBRERO DE 2016

Agradecimiento

AGRADEZCO PRIMERO A DIOS POR HABERME DADO LA VIDA, LA FORTALECE PARA PODER TERMINAR MIS ESTUDIOS UNIVERSITARIOS Y PODER SER UN HOMBRE DE BIEN PARA LA SOCIEDAD.

AGRADEZCO A MI MADRE **MARGARITA ROSA JIMÉNEZ URIARTE** POR SU AMOR, SU CARÍÑO Y SU APOYO INCONDICIONAL.

A MI ABUELITA **CARMEN URIARTE SOSA** POR TODAS SUS ENSEÑANZAS, A MI MAMITA **ODILIA TORRES** POR SU CONFIANZA Y APOYO.

A MIS PADRINOS **LESBLA JIMÉNEZ Y OSCAR ZÚÑIGA** POR SER UNOS SEGUNDOS PADRES PARA MÍ QUE ME APOYARON PARA SALIR ADELANTE.

A MI COMPAÑERO **KEVIN VÁSQUEZ** POR SU AMISTAD Y COMPAÑERISMO.

Rodrigo David Jiménez

Dedicatoria

DEDICO ESTA TESIS MONOGRÁFICA PRIMERAMENTE A DIOS POR DARME FUERZA, FORTALEZA, SABIDURÍA Y TODAS LAS PERSONAS QUE ME APOYARON EN MÍ CAMINAR PARA PODER CULMINAR MIS ESTUDIOS UNIVERSITARIOS Y PODER CONVERTIRME EN UN PROFESIONAL AL SERVICIO DE LA PATRIA.

“Cuan mayor es la dificultad mayor es la gloria”

Rodrigo David Jiménez

Agradecimiento

AGRADEZCO A MI MADRE **MAYRA RAMONA FLORES HERNÁNDEZ** POR SU AMOR Y APOYO INCONDICIONAL.

A MI PADRE **PHILIP ALFONSO VÁSQUEZ BUSTOS** POR TODAS SUS ENSEÑANZAS, CONFIANZA Y APOYO.

A MI TUTOR EL **ING. SILVIO MOODY** POR TODO SU APOYO Y ENSEÑANZAS.

Kevin Ariel Vásquez Hernández

Dedicatoria

DEDICO ESTA TESIS MONOGRÁFICA A MIS PADRES QUE ME APOYARON EN CADA ETAPA DE MI VIDA Y A MIS HERMANAS QUE ME INSPIRAN A SER UNA MEJOR PERSONA.

“Hay una energía motriz más poderosa que el vapor, la electricidad y la energía nuclear, la voluntad”

Kevin Ariel Vásquez Hernández

Índice

Introducción.....	1
Antecedentes	3
Justificación.....	4
Objetivos	5
Hipótesis	6
Diseño Metodológico	7
1.Marco Teórico	9
1.1. Rodete	9
1.2. Clasificación de las turbinas hidráulicas Francis	11
1.3. Leyes de semejanzas de las turbinas hidráulicas.....	14
1.4. Cálculo de la velocidad específica del rodete modelo.	18
1.5. Diseño del rodete de la Turbina Francis.	19
1.6. Triángulos de velocidad.....	29
1.7. Trazado de la red de corriente.....	35
1.8. Espesores	46
1.9. Diseño geométrico del rotor Francis.....	49
2.Diseño del modelo del rodete Francis.....	52
2.1. Parámetros de la turbina Francis del salto “La Sirena”	52
2.2. Diámetros del rodete modelo	53
2.3. Parámetros de diseño del rodete modelo	54
2.4. Cálculo de la velocidad específica del rodete modelo.	56
2.5. Programa Francis	57
2.6. Triángulos de velocidades.....	62
2.7. Espesores	66
2.8. Diseño geométrico del rodete Francis	69
3.Líneas de energía.....	71
3.1 Trazado de la líneas de energías.....	71
3.2 Trazado de la arista de entrada	74
3.3 Valor del coeficiente de velocidad meridional c_m en cada punto del espacio ocupado por el rodete.	74
3.4 Ángulo ϕ de cesión de energía en el rodete.	78
Conclusiones.....	94
Recomendaciones	95
Bibliografía	96

Introducción.

En la actualidad la generación de energía por medio del aprovechamiento hidroeléctrico ha sido una alternativa más amigable con el medio ambiente, sin embargo la matriz energética a nivel mundial está constituida principalmente por el empleo de la combustión de hidrocarburos derivados del petróleo, los cuales originan la energía necesaria para satisfacer la demanda de los usuarios de la energía eléctrica. Cabe mencionar que el uso desmesurado de estas fuentes de generación de energía, ha ocasionado un trastorno del medio natural por la elevada emisión de gases causantes del efecto invernadero, trayendo como consecuencia una gama de efectos negativos tales como; sequías extremas, dilatación térmica de los casquetes polares, aumento brusco de la temperatura ambiental, etc.

Nicaragua y muchos países a nivel mundial han sido afectados por el fenómeno de efecto invernadero, el cual ha obligado a buscar diferentes soluciones para contrarrestar esta problemática, por esta razón se ha recurrido a la utilización de la gran variedad de recursos (renovables) hídricos que posee nuestro país con el objetivo de obtener energía más limpia, más barata y con un bajo impacto ambiental.

En base a diferentes estudios se llega a la conclusión que es posible, diseñar e instalar y definir el tipo de turbina necesaria para adquirir el máximo potencial eléctrico que ofrecen las fuentes hídricas.

Para este trabajo monográfico nos enfocaremos en el diseño de un modelo de rodete para una turbina Francis, en el cual tomaremos los siguientes parámetros: altura neta o altura de carga, caudal de diseño y datos de referencia de estudios realizados anteriormente¹.

¹ Tesis Monográfica “Diseño de una turbina hidráulica para el proyecto energético La Sirena”

Antecedentes.

El proyecto de aprovechamiento hidroeléctrico “La Sirena” ha sido un tema de gran interés a causa de su favorable posición geográfica y su gran potencial energético, por ende se llevó a cabo una tesis monográfica en la cual se logró determinar el tipo de turbina más conveniente para dicho lugar, lográndose obtener como resultado las características generales de una turbina hidráulica Francis; sin embargo no se llevó a cabo un estudio detallado del diseño del rodete Francis.

Se llegó a la conclusión que es posible la instalación de 2 turbinas del tipo antes mencionado, con un caudal de $17.5 \text{ m}^3/\text{s}$ y una potencia generada de $15,070.77\text{KW}$ ($20,210.24\text{CV}$) por turbina².

² Tesis monográfica: Diseño de una Turbina Hidráulica para el Proyecto Energético “La Sirena”.

Justificación.

Los daños causados por la dependencia del uso de derivados del petróleo como fuentes generadoras de energía ha impulsado la implementación de alternativas más eficaces y eficientes en su desempeño en la obtención de energía de fuentes renovables tal es el caso particular del salto hidroeléctrico “La Sirena”.

Con nuestra propuesta pretendemos aportar y complementar los estudios antes realizados haciendo énfasis y análisis en el diseño de la parte fundamental de toda máquina hidráulica (rodete), con el cual se logra determinar a ciencia cierta la capacidad de la misma y respectivas características.

Objetivos.

General.

Cálculo y diseño de un modelo del rodete Francis del salto “La Sirena”.

Específico.

- a) Selección del rodete Francis según los datos de caudal, altura neta o de carga y de la velocidad específica (n_s).
- b) Obtención del perfil hidráulico del rodete a través del desarrollo de un programa basado en el método de Bovet.
- c) Trazado de la forma del álabe mediante la red de corriente y conforme al cálculo de las rectas de energía.
- d) Obtención del modelo del rodete Francis a través de un programa asistido por computadora (CAD).

Hipótesis.

El diseño del rodete Francis, complementará los estudios de la tesis monográfica Diseño de una turbina hidráulica para el proyecto energético “La Sirena” y será la base fundamental para su futura construcción.

Diseño Metodológico.

Nuestra monografía se basa específicamente en la investigación y descripción debido a que hace énfasis en el diseño de un modelo de rodete Francis para la generación de energía eléctrica mediante una fuente hídrica.

Los pasos a realizar en este trabajo son los siguientes:

1. La información que se usará para este trabajo monográfico se obtendrá de una tesis monográfica y de libros especializados en turbomáquinas hidráulicas para su posterior análisis.
2. Establecer los parámetros principales para llevar a cabo el diseño.
3. Proceder a realizar los respectivos cálculos para determinar las dimensiones del rodete y sus características hidrodinámicas.
4. Revelar el diseño y posteriormente el rodete en un programa asistido por computadora CAD.

CAPÍTULO I

MARCO TEÓRICO

1. Marco Teórico.

1.1. Rodete.

Órgano principal de todas las turbomáquinas, donde se transforma en energía mecánica la energía cinética y la energía de presión del fluido (agua, vapor de agua y gas); que consta de una serie de paletas o álabes que dividen el espacio total ocupado por el mismo en conductos iguales los cuales son contruidos de acero especialmente aleados para evitar la corrosión y el fenómeno de cavitación, cuya longitud y disposición respecto al eje de la turbina depende directamente del caudal, la altura de carga y en consecuencia de la velocidad específica.

En las turbinas de acción (Turbina Pelton); en el distribuidor (llamado inyector en estas turbinas) se transforma la energía de presión de fluido en energía cinética del chorro. A la entrada y salida del rodete reina la presión atmosférica³.

Según Claudio Mataix, en las turbinas de reacción (Turbina Francis, Turbina Kaplan, Turbina Hélice); en el distribuidor ((distribuidor Fink) es el corrientemente empleado), se transforma sólo parte de la energía de presión del fluido en energía cinética. El agua entra en el rodete a una presión superior a la atmosférica. A la salida del rodete, gracias al tubo de aspiración, que no existe en las turbinas de acción, la presión es inferior a la presión atmosférica; alcanzando el agua la presión atmosférica a la salida de la turbina.

³ Turbomáquinas hidráulicas. Claudio Mataix.

Según la dirección del flujo a la entrada del rodete de las turbinas hidráulicas se pueden clasificar en: radiales, axiales, y diagonales estas últimas denominadas también semiaxiales y de flujo mixto.

Flujo radial: Si la trayectoria que sigue el fluido es principalmente normal al eje de rotación (centrífuga o centrípeta, según la dirección de movimiento).

Flujo axial: Cuando la trayectoria del fluido es fundamentalmente paralelo al eje de rotación.

Flujo diagonal: Cuando el flujo es diagonal al eje de rotación.



Imagen 1: Rodetes Francis

1.2. Clasificación de las turbinas hidráulicas Francis.⁴

Según la velocidad específica (n_s) y el ángulo de entrada de los álabes al rodete (β_1) se dividen en tres categorías:

1. Rodete Francis Lento.

Se utilizan en grandes saltos, se tienen bajo número de revoluciones, lo que supone un aumento del diámetro D_1 del rodete respecto al tubo de aspiración.

- Se tienen $50 < n_s < 100$
- $\beta_1 > 90^\circ$

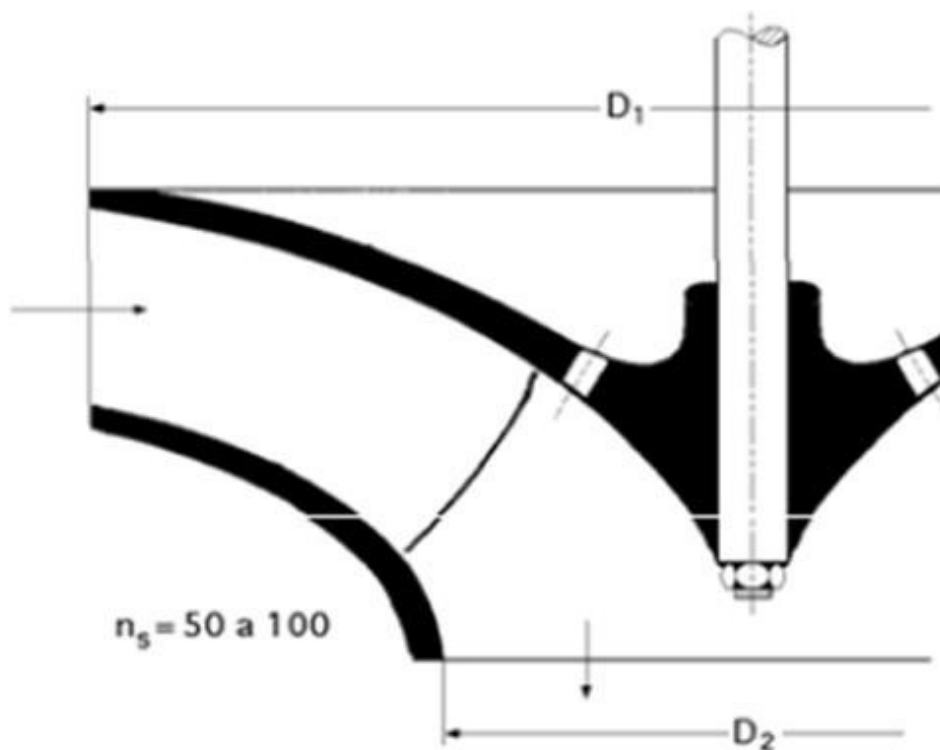


Figura 1: Rodete Francis Lento

⁴ Turbomáquinas hidráulicas. Claudio Mataix.

2. Rodete Francis Normal.

El Diámetro D_1 es ligeramente superior a D_3 .

- El agua entra en el rodete radialmente y sale axialmente.
- Se tiene $125 < n_s < 200$.
- $\beta_1 = 90^\circ$.

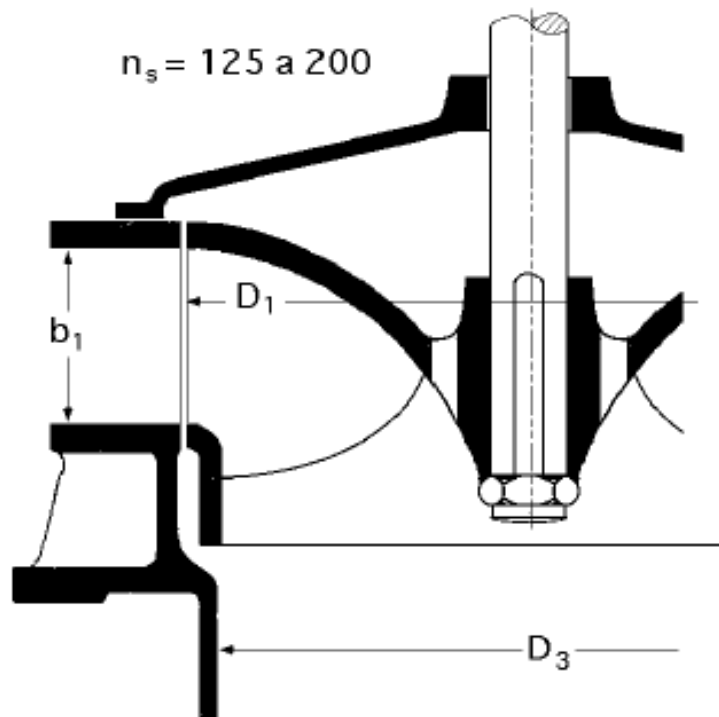


Figura 2: Rodete Francis Normal

3. Rodete Francis Rápido.

El Diámetro del rodete D_1 es menor al del tubo de aspiración.

- Los cambios de dirección del agua se realiza de forma más brusca que en las normales.
- Los conductos resultan largos y estrechos lo que aumentan las pérdidas por rozamiento, reduciendo el rendimiento.
- El ángulo de entrada $\beta_1 < 90^\circ$ favorece el aumento del número específico de revoluciones porque aumenta u_1 .
- Tienen un espacio importante entre el distribuidor y el rodete.
- Se tienen $225 < n_s < 500$.

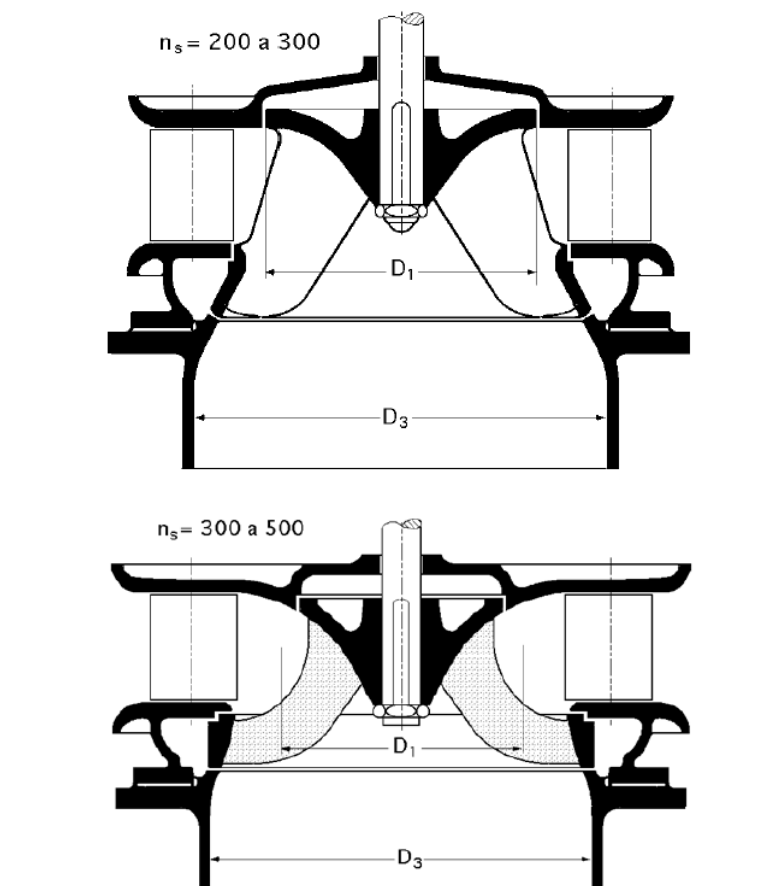


Figura 3: Rodete Francis Rápido

1.3. Leyes de semejanzas de las turbinas hidráulicas.⁵

Las leyes de semejanzas comparan el comportamiento de dos turbomáquinas geoméricamente semejantes al variar el tamaño o diámetro y otras características. Para las turbinas hidráulicas se toman como variables independientes el diámetro y la altura neta.

Se suponen:

- a) El rendimiento se mantiene prácticamente uniforme en la zona de funcionamiento de las turbinas.
- b) El mismo número de unidades para cada turbina, es decir, un sólo rodete para las Francis y Kaplan-Hélice, y un solo inyector para las Peltón.
- c) Las dos turbinas tienen la misma admisión, es decir, el mismo ángulo de apertura del distribuidor para las Francis y Kaplan-hélice.

Se calculará la relación entre el diámetro de la turbina prototipo y el modelo mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{D'}{D''} = K \quad \text{Ec. 1}$$

D': Diámetro del rodete de la turbina prototipo.

D'': Diámetro del rodete modelo.

Utilizaremos la Ec.1 para calcular el diámetro de salida del rodete modelo.

⁵ Turbomáquinas hidráulicas. Claudio Mataix.

i. Primera ley de semejanza de las turbinas hidráulicas.

Variación del número de revoluciones con el diámetro y la altura neta.

$$\frac{n'}{n''} = \frac{D''}{D'} \frac{\sqrt{H_n'}}{\sqrt{H_n''}} \quad \text{Ec. 2}$$

Dónde:

n' : Número de revoluciones del rodete de la turbina prototipo (rpm).

n'' : Número de revoluciones del rodete modelo (rpm).

D'' : Diámetro del rodete modelo (m).

D' : Diámetro del rodete de la turbina prototipo (m).

H_n' : Altura neta del rodete prototipo (m).

H_n'' : Altura neta del rodete modelo (m).

ii. Segunda ley de semejanza de las turbinas hidráulicas.

Variación del caudal con el diámetro y la altura neta.

$$\frac{Q'}{Q''} = \frac{D'^2}{D''^2} \frac{\sqrt{H_n'}}{\sqrt{H_n''}} \quad \text{Ec.3}$$

Siendo:

Q' : Caudal del rodete prototipo (m^3/s).

Q'' : Caudal del rodete modelo (m^3/s).

D' : Diámetro del rodete de la turbina prototipo (m).

D'' : Diámetro del rodete modelo (m).

H_n' : Altura neta del rodete prototipo (m).

H_n'' : Altura neta del rodete modelo (m).

iii. Tercera ley de semejanza de las turbinas hidráulicas.

Variación de la potencia útil con el diámetro y la altura neta.

$$\frac{P_a'}{P_a''} = \frac{D'^2}{D''^2} \frac{\sqrt{H_n'}}{\sqrt{H_n''}} \quad \text{Ec. 4}$$

Siendo:

P_a' : Potencia útil del rodete prototipo (CV).

P_a'' : Potencia útil del rodete modelo (CV).

D' : Diámetro del rodete de la turbina prototipo (m).

D'' : Diámetro del rodete modelo (m).

H_n' : Altura neta del rodete prototipo (m).

H_n'' : Altura neta del rodete modelo (m).

iv. Cuarta ley de semejanza de las turbinas hidráulicas.

Variación del momento tórsor con el diámetro y altura neta.

$$\frac{M_t'}{M_t''} = \frac{D'^3}{D''^3} \frac{H_n'}{H_n''} \quad \text{Ec. 5}$$

Dónde:

M_t' : Momento tórsor del rodete de la turbina prototipo (kgf.cm)

M_t'' : Momento tórsor del rodete modelo (kgf.cm).

D' : Diámetro del rodete de la turbina prototipo (m).

D'' : Diámetro del rodete modelo (m).

H_n' : Altura neta del rodete prototipo (m).

H_n'' : Altura neta del rodete modelo (m).

Las leyes antes descritas se utilizarán con el objetivo de llevar a cabo la representación del rodete real a una escala más pequeña con el cual pretendemos mostrar la geometría del mismo.

1.4. Cálculo de la velocidad específica del rodete modelo.⁶

El cálculo de la velocidad específica del rodete modelo abarca la siguiente ley:

Todas las turbinas geoméricamente semejantes tienen el mismo número específico de revoluciones.

$$n_s = \frac{n \sqrt{P_u}}{H_n^{5/4}} \quad \text{Ec. 6}$$

Dónde:

n_s : Velocidad específica de la turbina.

n : Velocidad angular de operación o velocidad de sincronismo (rpm).

P_u : Potencia hidráulica o potencia útil (CV).

H_n : Altura neta o de carga (m).

⁶ Mecánica de fluido y Turbomáquinas. Claudio Mataix.

1.5. Diseño del rodete de la Turbina Francis.⁷

1.5.1. Introducción.

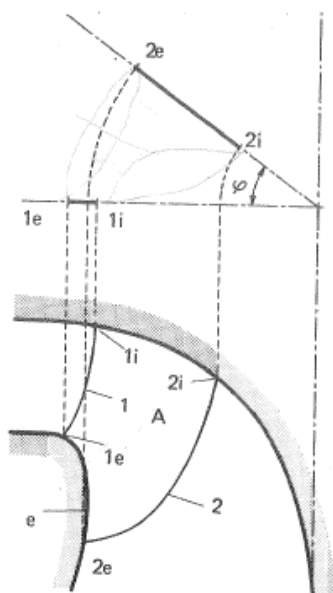


Figura 4: Curvas límites de volumen ocupado por los álabes

Como puede verse en la figura 4 el flujo dentro del rodete queda limitado por dos superficies de revolución una interior, i, y una exterior, e, la primera constituye el cubo de la rueda y la segunda el zuncho, que en las turbinas hidráulicas de elevado número de revoluciones queda reducido a un aro o llanta. Las dos meridianas de estas superficies de revolución constituyen lo que llamaremos como el **perfil hidráulico** del rodete.

La corriente entra en el álabe por la arista de entrada 1, y sale por la arista de salida 2. Si suponemos que ambas aristas se encuentran en un plano axial se verán en su verdadera forma en el plano meridional de la figura 4. Supondremos además que la arista de

⁷ Turbinas hidráulicas. Claudio Mataix.

entrada se encuentra en el plano de dibujo; el diseño suele empezar por la arista de salida; dicha arista de salida se ha obtenido girando un ángulo φ , siendo el ángulo φ el ocupado por un álabe (véase la proyección transversal de la misma figura).

De esta manera queda todo el espacio **A** que será ocupado por los álbes limitados por las cuatro superficies de revolución, cuyas meridianas son i , e , 1 y 2 . En el corte meridional un álabe será determinado, como veremos, por las curvas de intersección del álabe con una serie de planos axiales suficientes para determinarlo, proyectadas dichas curvas circularmente. El diseño del álabe lo empezaremos determinando las cuatro curvas anteriores.

El método unidimensional utilizado para un estudio previo de las turbinas Francis y seguido en el diseño de los álbes de las bombas radiales; nos daría en el diseño de las turbinas Francis para un hilo medio de corriente representativo un ángulo β_1 característico de la velocidad relativa de la corriente a la entrada y otro ángulo a la salida β_2 . Este método se ha empleado y ha conducido a resultados plenamente satisfactorios en el diseño de los álbes de las turbinas Francis muy lentas. La figura 5 constituye un esquema de estas turbinas.

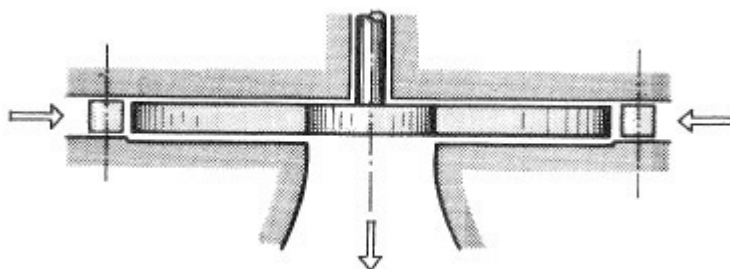


Figura 5: Turbina Francis centrípeta muy lenta

Esta máquina es totalmente radial. Todos los puntos de la arista de entrada tienen la misma velocidad u_1 los de la arista de salida la misma velocidad u_2 . Como consecuencia podremos suponer que en todos los puntos de la arista de entrada el triángulo de velocidad es igual y lo mismo sucede con el triángulo de velocidad de salida y con los ángulos β_1 y β_2 . Este hecho simplifica el diseño y construcción de los álabes que pueden hacerse cilíndricos, como en las bombas radiales.

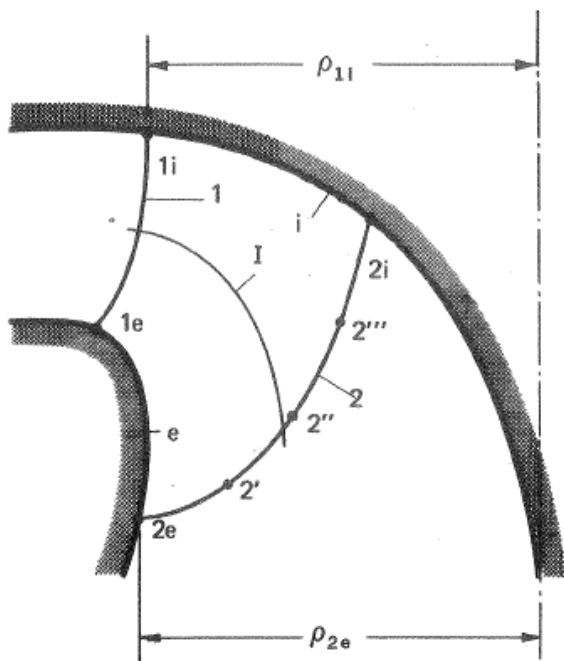


Figura 6: Radios característicos de las arista de entrada y salida

Tal diseño en las turbinas hidráulicas Francis constituye una excepción, y prácticamente hoy en día no se emplea. Las turbinas hidráulicas Francis también son máquinas diagonales o semiaxiales. En ellas un hilo de corriente tal como en el I en la figura 6 no puede tomarse ya como representativo del flujo total que pasa por el rodete. Basta ver que en la arista de salida, por ejemplo, en los puntos 2e, 2', 2'', 2''', y 2i las velocidades periféricas

son distintas y como consecuencia serán distintos también los triángulos de velocidades y los ángulos β_2 . Lo mismo sucederá en la arista de entrada y en general a todo el álabe. La superficie de éste, que deberá conformarse a la dirección de la corriente relativa exigida por el diseño del álabe, no podrá ya ser cilíndrica sino alabeada o de doble curvatura en el espacio.

Por todo lo dicho será preciso obtener no uno sino varios ángulos β_1 y β_2 dividiendo el conducto formado por las superficies límites i y e (figura 6) en x conductos parciales, lo cual se llevará a cabo en el trazado de la red de corriente; pero el diseño del álabe se debe de empezar como hemos dicho, determinando las 4 curvas i, e, 1 y 2 de la figura 4 y 6.

Método unidimensional.⁸

Aunque en las turbomáquinas diagonales los hilos de corriente que atraviesan el rodete no se desvían igualmente como en las turbomáquinas radiales y tanto a la entrada como a la salida se han de considerar varios ángulos β_1 , y varios β_2 ; cabe considerar un hilo de corriente medio, y estudiar la corriente unidimensionalmente entre los puntos 1 y 2 de la figura 7, lo cual es satisfactorio para un estudio global del comportamiento de la turbina, e incluso para un diseño preliminar o anteproyecto; pero no para el diseño definitivo de la turbina.

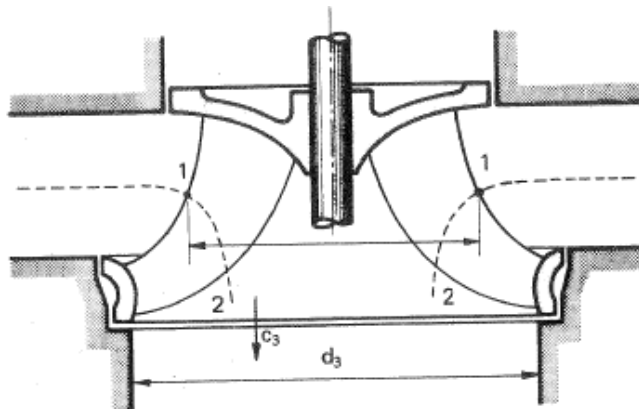


Figura 7: Hilo de corriente medio en el rodete de una turbina Francis

⁸ Turbomáquinas Hidráulicas. Claudio Mataix.

1.5.1.1. Trazado del perfil hidráulico.

El perfil hidráulico, formado, como hemos dicho por la meridianas i y e de la figura 4, varía gradualmente al aumentar el número específico de revoluciones, como puede verse en la figura 8. El diseño del rodete se comenzará calculando a partir de los datos iniciales y de un η_{tot} estimado de la turbina el n_s . A continuación, si se dispone de un gran número de perfiles hidráulicos ordenados según el n_s , como los pocos que se ilustran en la figura 8, será posible por extrapolación tener una primera idea del perfil hidráulico de la turbina que se proyecta, cuyo número específico estará necesariamente comprendido entre dos consecutivos de la serie. Dichos perfiles corresponden a turbinas hidráulicas ensayadas con modelos, construidas e instaladas, y representan en cada caso el perfil óptimo obtenido hasta el presente para los datos iniciales Q , H_n , n con los que se ha calculado n_s .

De la figura 8, que está trazada a escala, se toma el diámetro de una turbina hidráulica geoméricamente semejante a la que estamos calculando que daría con óptimo rendimiento una potencia de 1 CV en un salto de 1 m. El caudal absorbido por esta turbina unitaria es $Q' = 0.085 \text{ m}^3/\text{s}$.

El diámetro de la turbina hidráulica que estamos proyectando, según la fórmula de semejanza Ec.3 será:

$$D''^2 = \frac{D'^2}{Q'} \cdot \frac{Q''}{\sqrt{H_n}}$$

Donde Q'' , H_n – caudal y altura neta de la turbina proyectada. Esta turbina dará el óptimo rendimiento para la velocidad de sincronismo elegida, que evidentemente deberá verificar según la Ec.2 la siguiente relación.

$$n = \frac{n_s \cdot \sqrt{H_n}}{Q''}$$

Método de Bovet⁹

Bovet, a base de turbinas hidráulicas ya construidas, ha deducido unas fórmulas empíricas que permiten en función de n_s , en sustitución de la figura 8, obtener el perfil hidráulico (curvas i y e de la figura 6) de una nueva turbina hidráulica. Este perfil hidráulico, lo mismo que el obtenido a base de la figura 9, podrá sufrir durante el progreso ligeras modificaciones y una vez proyectado el rodete será comprobado con un modelo reducido en el banco de pruebas. Este método se presta más que el anterior a la tabulación y máquina de calcular.

⁹ Turbomáquinas Hidráulicas. Claudio Mataix.

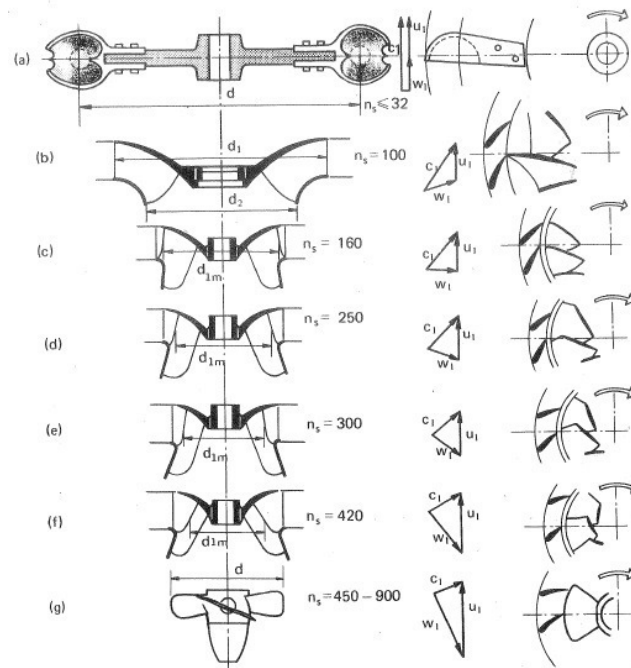


Figura 8: Variación de la forma del rodete y del triángulo de velocidad de entrada de las turbinas hidráulicas al aumentar n_s .

Bovet no utiliza nuestro n_s , sino un número específico adimensional de revoluciones definido así:

$$n_o = \frac{n(Q/\pi)^{1/2}}{(2gH_n)^{3/4}} \quad \text{Ec. 7}$$

Dónde:

n = número de revoluciones de la turbina (rad/s).

Q = caudal de diseño (m^3/s).

H_n = altura neta (m).

El número específico de revoluciones n_0 para las turbinas Francis está comprendido entre $0.1 < n_0 < 0.8$.

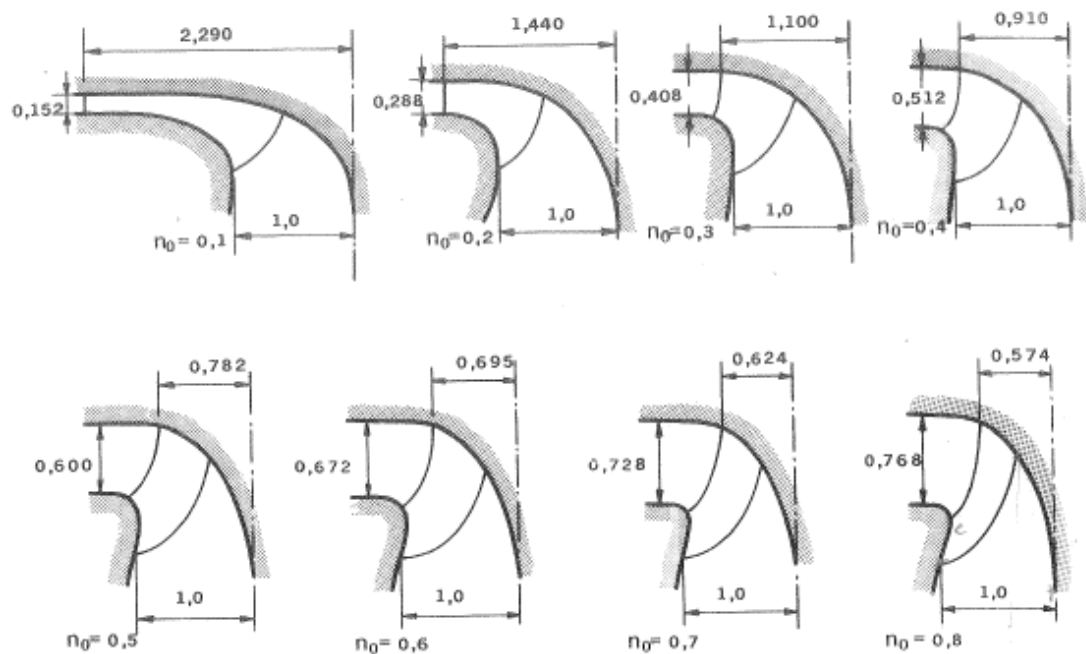


Figura 9: Perfiles hidráulicos obtenidos por el procedimientos de Bovet de n_0 crecientes

Calculados por las fórmulas precedentes para los valores crecientes de n_0 desde $n_0 = 0.1$ hasta $n_0 = 0.8$. Se observa la variación gradual de la forma estudiada en el método unidimensional exigida por un caudal relativamente creciente y una altura de salto relativamente decreciente.

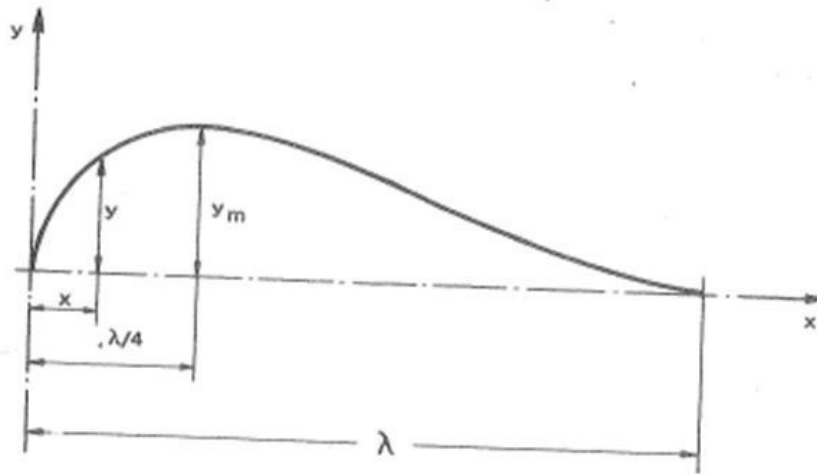


Figura 10: Curvas limites interior y exterior del perfil hidráulico

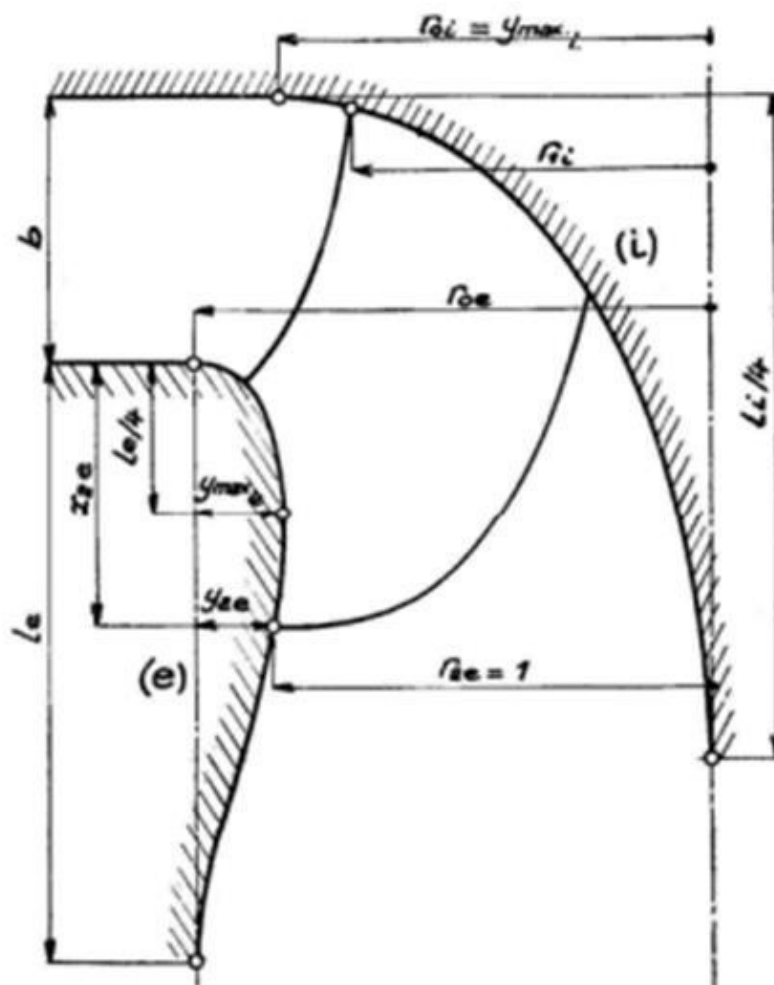


Figura 11: Dimensiones características del canal del rodete

Con referencia a la figura 10 y 11 las curvas interior (i) y exterior (e) del perfil hidráulico vienen dadas por las siguientes ecuaciones¹⁰:

$$\frac{y}{y_m} = 3.08 \left(1 - \frac{x}{\lambda}\right) \sqrt{\left(\frac{x}{\lambda}\right)\left(1 - \frac{x}{\lambda}\right)} \quad \text{Ec.8}$$

Los valores de y_m para la curva interior son:

$$y_{mi} = \rho_{oi} = 0.7 + \frac{0.16}{n_o + 0.08} \quad \text{Ec.9}$$

$$\lambda_i = 3.2 + 3.2 (2 - n_o) n_o \quad \text{Ec.10}$$

Los valores para la curva exterior son:

$$\lambda_e = 2.4 - 1.9 (2 - n_o) n_o \quad \text{Ec.11}$$

Aplicando la Ec.8 se obtiene además:

$$\frac{y_{2e}}{y_{me}} = 3.08 \left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right) \sqrt{\frac{x_{2e}}{\lambda_e} \left(1 - \frac{x_{2e}}{\lambda_e}\right)} \quad \text{Ec.12}$$

Donde es preciso determinar x_{2e} e y_{2e}

Para x_{2e} se toma un valor constante independiente de n_o :

$$x_{2e} = 0.5$$

Para y_{2e} :

$$y_{2e} = \rho_{oe} - 1 \quad \text{Ec.13}$$

Para ρ_{oe} y las restantes magnitudes que completan la geometría del perfil hidráulico (Figura 11) se recomiendan los valores siguientes:

$$\rho_{oe} = \frac{0.493}{n_o^{2/3}} \quad (\text{para } n_o < 0.275) \quad \text{Ec.14}$$

$$\rho_{oe} = 1.255 - 0.3 n_o \quad (\text{para } n_o > 0.275) \quad \text{Ec.15}$$

¹⁰ Ecuaciones empíricas según el método de Bovet. Turbomáquinas hidráulicas. Claudio Mataix

$$b_o = 0.8 (2 - n_o) n_o$$

Ec.16

1.6. Triángulos de velocidad.¹¹

Se mostrarán los triángulos de velocidades a la entrada y salida del rodete, se utilizará la notación internacional para ángulos, velocidades y componentes de velocidad. En el área de las turbomáquinas se refiere a un triángulo de velocidad formado por tres vectores:

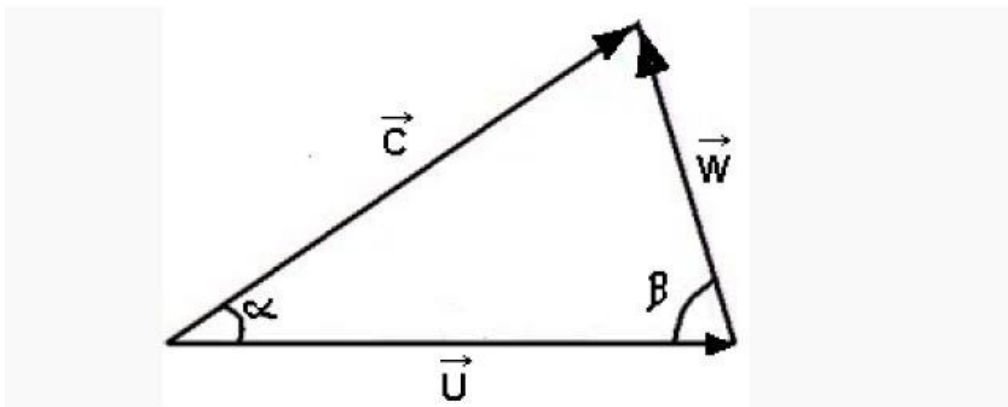


Figura 12: Nomenclatura DIN 1331 para triángulos de velocidades

Siendo:



C: Velocidad absoluta del fluido (m/s)



U: Velocidad tangencial del rodete (m/s)



W: Velocidad relativa del fluido respecto al rodete (m/s)

El ángulo formado por los vectores \vec{C} y \vec{U} es denotado α y el ángulo entre \vec{U} y \vec{W} es denotado β .

¹¹. Tesis monográfica: Diseño de una Turbina Hidráulica para el Proyecto Energético “La Sirena”.

❖ **Triángulo de velocidad a la entrada del rodete.**

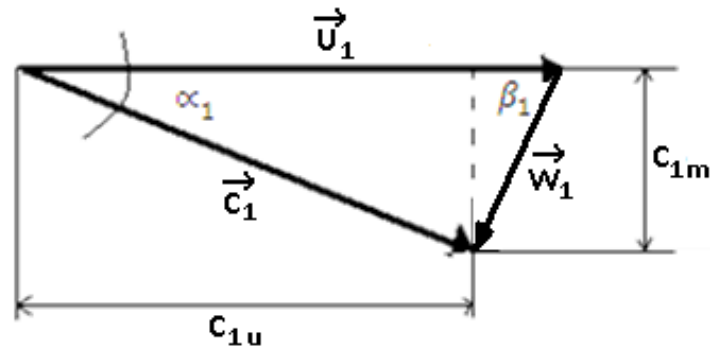


Figura 13: Triángulo de velocidad a la entrada del rodete

Dónde:

\vec{u}_1 : Velocidad tangencial del álabe a la entrada del rodete o velocidad periférica a la entrada.

\vec{c}_1 : Velocidad absoluta del fluido a la entrada del rodete.

\vec{w}_1 : Velocidad relativa (del fluido con respecto al álabe) a la entrada del rodete.

c_{1m} : Componente meridional de la velocidad absoluta del fluido a la entrada del rodete.

c_{1u} : Componente periférica de la velocidad absoluta del fluido a la entrada del rodete.

α_1 : Ángulo que forman las velocidades c_1 y u_1 .

β_1 : Ángulo que forman w_1 y u_1 .

El siguiente cuadro muestra los coeficientes de velocidad que se usarán para el cálculo de los triángulos de velocidades, estos coeficientes son obtenidos por el valor de la velocidad específica del rodete modelo¹².

ns(rpm)	U1e	U1i	U2e	U2i	C'm	Cs
227.07	0.84	0.66	0.85	0.35	0.24	0.26

- Velocidad tangencial a la entrada del rodete.

$$u_1 = \left(\frac{u_{1e} + u_{1i}}{2} \right) \sqrt{2gH_n} \quad \text{Ec.17}$$

u_{1e} : Coeficiente exterior de velocidad tangencial a la entrada del rodete cuyo valor es 0.84.

u_{1i} : Coeficiente interior de velocidad tangencial a la entrada del rodete cuyo valor es 0.66.

- Componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido a la entrada del rodete.

$$c_{1u} = \frac{g \cdot H_n}{u_1} \quad \text{Ec. 18}$$

¹² Tesis monográfica: Diseño de una Turbina Hidráulica para el Proyecto Energético “La Sirena”.

- Componente meridional de la velocidad absoluta del fluido a la entrada del rodete.

$$c_{1m} = c_m \sqrt{2g H_n} \quad \text{Ec. 19}$$

Donde c_m es un factor de la velocidad meridional del agua a la entrada del rodete cuyo valor es 0.24.

- Velocidad absoluta del fluido a la entrada del rodete.

$$c_1 = \frac{c_{1u}}{\cos \alpha_1} \quad \text{Ec. 20}$$

$$\alpha = \tan^{-1} \left[\frac{c_{1m}}{c_{1u}} \right] \quad \text{Ec. 21}$$

- Velocidad relativa del fluido a la entrada del rodete.

$$w_1 = \sqrt{(u_1 - c_{1u})^2 + (c_{1m})^2} \quad \text{Ec. 22}$$

- Ángulo β_1 a la entrada de los álabes en el rodete.

$$\beta_1 = \tan^{-1} \left[\frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1u}} \right] \quad \text{Ec. 23}$$

❖ **Triángulo de velocidad a la salida del rodete.**

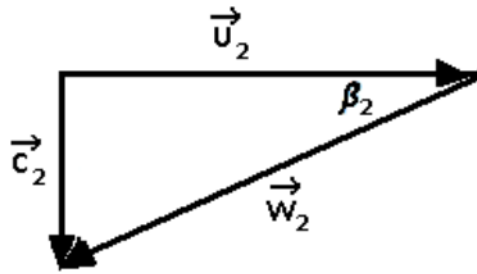


Figura 14: Triángulo de velocidad a la salida del rodete

Para obtener la potencia máxima se tienen que considerar los siguientes parámetros:

- El caudal Q deberá ser lo máximo posible.
- El producto $u_2 c_{2u}$ debe ser cero. Para esto se necesitara que $u_2=0$ o que $c_{2u}=0$. Para que $u_2=0$ necesitamos que $w_2=0$, esto es imposible ya que la turbina equivaldría a estar parada o que $r_2=0$, supondríamos que todo el gasto se descargue por un punto lo cual es imposible.
- Para que $c_{2u}=0$ se necesita que la velocidad absoluta del agua a la salida sea perpendicular a u , lo que lograría con una descarga totalmente axial. Esta condición no es posible, pero se puede aproximar con un correcto diseño del rodete.
- El flujo en la turbina a la entrada debe ser lo más tangencial posible y la descarga lo más axial posible. Todo esto puede ser optimizado en el diseño.

- Velocidad tangencial a la salida del rodete.

$$u_2 = \left(\frac{u_{2e} + u_{2i}}{2} \right) \sqrt{2gH_n} \quad \text{Ec.24}$$

u_{2e} : Coeficiente exterior de velocidad tangencial a la salida del rodete, el valor del coeficiente es 0.85.

u_{2i} : Coeficiente interior de velocidad tangencial a la salida del rodete, el valor del coeficiente es 0.35.

- Velocidad absoluta del fluido a la salida del rodete.

$$c_2 = C_s \sqrt{2gH_n} \quad \text{Ec.25}$$

Donde C_s es un factor de la velocidad absoluta del fluido a la salida del rodete su valor es 0.26.

- Velocidad relativa a la salida del rodete.

$$w_2 = \sqrt{(c_2)^2 + (u_2)^2} \quad \text{Ec.26}$$

- Ángulo β_2 a la salida del rodete.

$$\beta_2 = \tan^{-1} \left[\frac{c_2}{u_2} \right] \quad \text{Ec.27}$$

1.7. Trazado de la red de corriente¹³.

Tiene como objetivo dividir la turbina, en turbinas parciales ya que la curvatura del álabe no será la misma en cada sección axial para todas las líneas de corriente, en particular en las aristas de entrada y salida donde dicha curvatura determinada por los ángulos β_1 y β_2 variarán de un punto a otro (de 1i, a 1e y de 2i a 2e, figura 6).

En lugar de estudiar la variación continua de esta curvatura se estudia la variación discontinua, es decir, el valor de la misma (y en particular de los ángulos β_1 y β_2) en cada turbina parcial.

Dividir la turbina en x turbinas parciales consiste en dividir el espacio de revolución limitado por las superficies de meridianas i y e en 6 flujos o conductos que no interfieran entre sí, para lo cual los límites han de ser superficies de corriente.

Ahora bien si suponemos que el agua se comporta como un fluido ideal (viscosidad igual a cero) y que el movimiento es irrotacional, como sería el de un fluido ideal que parte del reposo (embalse, o cámara de agua de la central y se pone en movimiento por la fuerza de gravedad), el problema del trazado de las superficies de corriente se reduce dada la simetría axial a inscribir en el contorno de las líneas i, e una red de corriente, compuesta de líneas de corriente que son las meridianas de la superficie de corriente y de las líneas equipotenciales, meridianas de las superficies equipotenciales, que cortan ortogonalmente a las primeras; de manera que entre cada dos líneas de corriente consecutivas

¹³ Turbomáquinas hidráulicas. Claudio Mataix

circule el mismo caudal (Q/x ; donde x – número de conductos, igual al número de líneas de corriente, contando i , y e que también son líneas de corriente, menos uno) y entre cualesquiera dos líneas equipotenciales consecutivas la diferencia del potencial de velocidad sea constante.

La precisión del trazado, que deberá ser tanto mayor cuanto mayor sea el valor de b_0/p_{2e} , dependerá del número de líneas de corriente elegidas convendrá en todo caso adoptar un número par de conductos parciales (Turbinas parciales), a fin de que el hilo medio pueda servir en cierto sentido como representativo de la corriente y pueda servir de base a los cálculos.

Aunque la red de corriente se traza como si no existiera el rodete, la red seguirá siendo la misma al introducir el rodete, con tal de que los álabes se tracen de acuerdo con la red previamente obtenida.

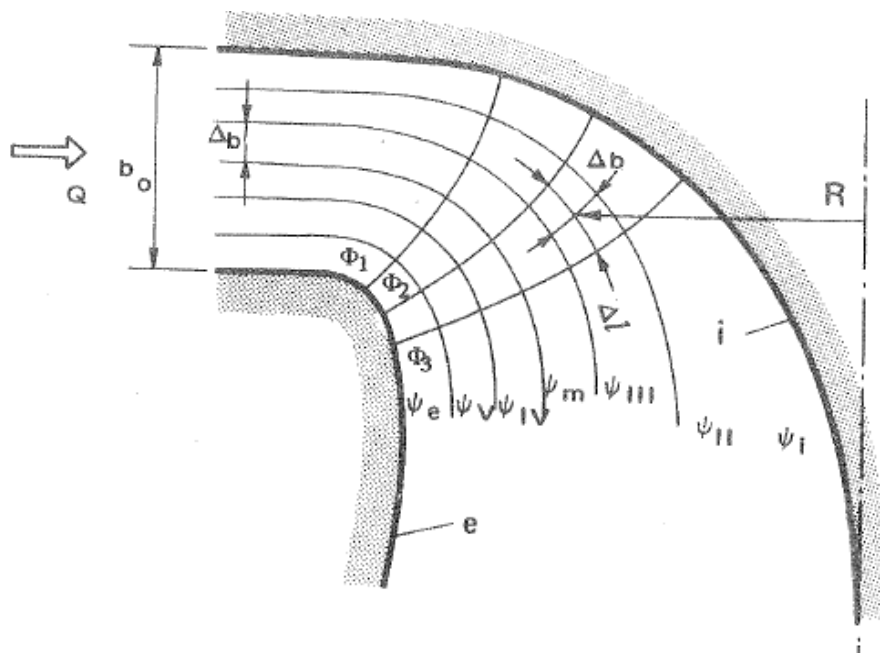


Figura 15: Red de corriente inscrita en el perfil hidráulico

A la entrada del distribuidor la velocidad meridional se supone constante en todo el ancho b_o de manera que los Δb son iguales y la red de corriente está constituida ahí por cuadros rectilíneos. A la entrada del difusor se supone también un c_m constante de manera que la sección circular de la turbina parcial central y las secciones anulares de las restantes turbinas parciales tengan igual área.

A continuación se unen juiciosamente las líneas de corriente del distribuidor con las del tubo de aspiración mediante líneas continuas, trazando simultáneamente las líneas equipotenciales de manera que corten ortogonalmente a las primeras, posteriormente se rectificará el trazado ajustando simultáneamente las líneas de corriente y las equipotenciales y haciendo que se cumplan el trazado la condición siguiente en cada rectángulo curvilíneo que integra la red (véase figura 15):

$$\frac{\Delta b}{\Delta l} \cdot R = Cte \quad \text{Ec.28}$$

En efecto en cada punto de la red por la ecuación de continuidad se ha de verificar:

$$\frac{Q}{x} = 2\pi \cdot R \cdot \Delta b \cdot C_m \quad \text{Ec.29}$$

Donde x - número de turbinas parciales.

Ahora bien la velocidad c_m en valor absoluto es igual a la derivada de la función potencial según la línea de corriente.

$$C_m = \frac{d\phi}{dl} \quad \text{Ec.30}$$

Donde φ función potencial de velocidad; o bien en incrementos finitos para la adaptación a nuestro método gráfico:

$$C_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta l} \quad \text{Ec.31}$$

Sustituyendo Ec.30 en la Ec. 29 se tendrá:

$$\frac{Q}{X} = 2\pi \cdot R \cdot \Delta b \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta l} = \text{cte}$$

$$R \cdot \frac{\Delta b}{\Delta l} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{Q}{X} \cdot \frac{1}{\Delta\varphi} = \text{cte}$$

Porque $\Delta\varphi = \text{cte}$ entre cada dos líneas equipotenciales consecutivas. Por tanto en cada rectángulo curvilíneo de la red se ha de cumplir la condición anteriormente enunciada.

$$\frac{\Delta b}{\Delta l} \cdot R = \text{cte} \quad \text{Ec.32}$$

Se dibujan primero dos líneas equipotenciales sucesivas a partir del distribuidor, allí donde las líneas de corriente empiezan a curvarse, procediendo un poco arbitrariamente; pero tendiendo que se cumpla la Ec.32 y procurando que las líneas se corten ortogonalmente. A continuación se dibuja la línea equipotencial siguiente, y se procede de la misma manera. Terminado el trazado se rectificará este por el método de las aproximaciones sucesivas calculando para cada cuadrilátero obtenido el valor de $R \cdot \frac{\Delta b}{\Delta l}$, hallando a continuación la medida de los valores hallados, y modificando cada cuadrilátero hasta lograr en cada uno dicho valor medio.

✓ **Algunas consideraciones que se deben de tomar en cuenta en la construcción de las redes de corriente.**

1. La construcción de estas redes exige que el flujo sea ideal e irrotacional (estas dos hipótesis suelen emplearse frecuentemente en el estudio de las TM) pero no exige el flujo sea permanente.
2. Dado en un contorno determinado, en el interior o alrededor del cual tenga lugar el flujo, la red de corriente es única (La red de corriente es la expresión gráfica de la solución de la ecuación de Laplace, y sólo hay dos funciones conjugadas armónicas: Función equipotencial y función de corriente que verifiquen unas condiciones de contorno determinadas)
3. Los contornos fijos son también líneas de corriente.
4. Las líneas equipotenciales cortan a las líneas de corriente y por tanto al contorno ortogonalmente.

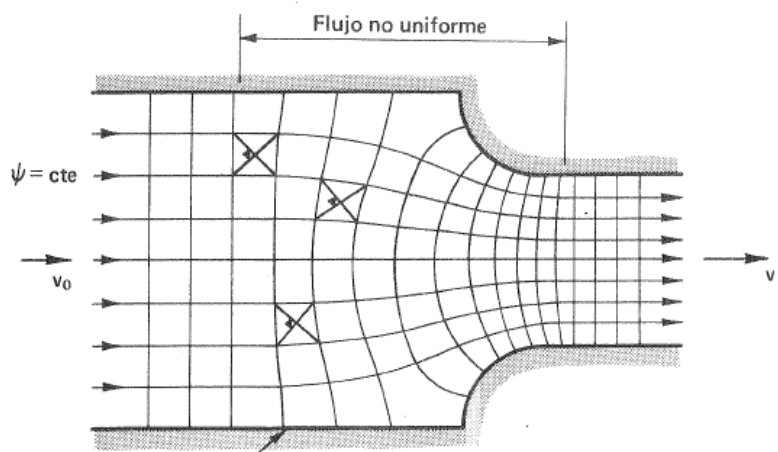


Figura 16: Red de corriente inscrita en flujo uniforme

5. La red está formada por cuadriláteros curvilíneos cuyas diagonales son iguales y se cortan formando ángulos de 90° (excepto en los puntos de estancamiento y en los puntos en que la velocidad teóricamente se hace infinito). En las zonas de flujo uniforme los cuadrados son rectilíneos y de igual tamaño. Cuando el flujo es divergente aumentan y cuando el flujo es convergente disminuyen de tamaño en la dirección del flujo (El espaciado de las líneas equipotenciales y las líneas de corriente es igual e inversamente proporcional a la velocidad en cada punto).

Las condiciones enumeradas anteriormente fundamentan el procedimiento gráfico por tanteo, utilizando lápiz y goma de borrar, que puede resumirse en los puntos de la figura 16.

1.7.1. Representación conforme de una línea de corriente.

En régimen permanente una partícula cualquiera de fluido en su movimiento relativo se mueve describiendo una curva, que es su trayectoria y línea de corriente relativa. Todas las líneas de corriente se encuentran en una superficie de revolución una de las cuales se ha dibujado en perspectiva en la figura 17-a, sobre ella se ha dibujado la línea de corriente 1-a-b-c-d-2, representando como siempre 1 la entrada en el rodete y 2 la salida del mismo. En la figura 17-b se ha trazado la sección meridional o alzado, en el cual las meridianas de las superficies de revolución se ven sin deformación alguna y los paralelos son rectas paralelas, mientras que los meridianos aparecen proyectados.

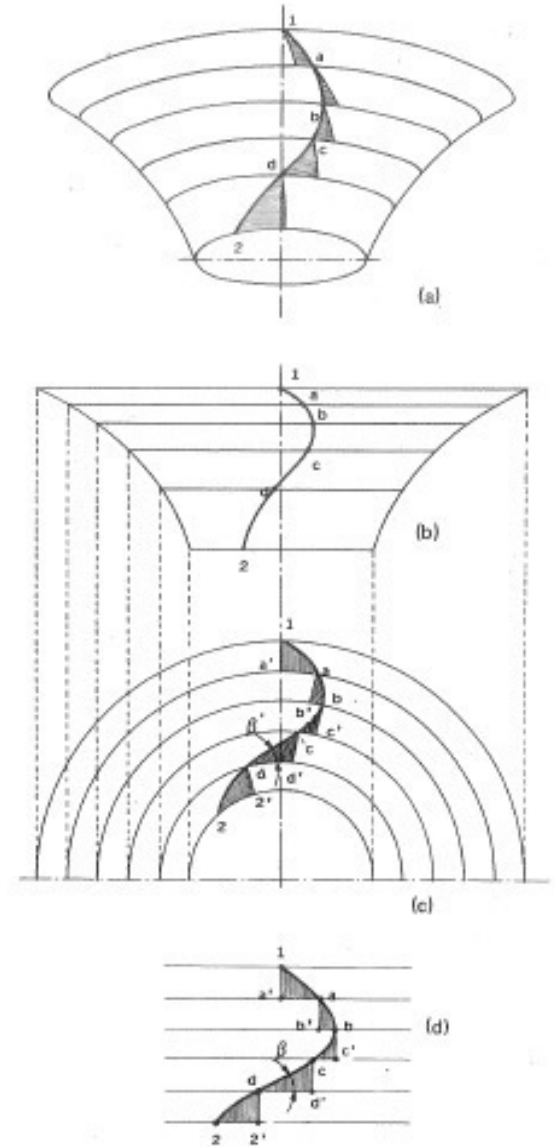


Figura 17: Línea de corriente representada: a) sobre una superficie de corriente en perspectiva b) en proyección longitudinal c) en proyección transversal d) en transformación cilíndrica de corriente.

En la figura 17-c, se ha trazado la sección transversal o planta, en la que los meridianos son radios y los paralelos circunferencias. También se ha dibujado en perspectiva en la figura 17-a.

En las 4 figuras a, b, c, d los segmentos 1-a, b-c, c-d y d-2, en que se ha dividido la línea de corriente, forman con los segmentos de meridianos y paralelo correspondientes los triángulos sombreados en la figura 17-c y 17-d, siendo el ángulo β de nuestro triángulo de velocidades el que forma la hipotenusa (dirección de w) con el paralelo correspondiente (dirección de u). En la figura 17-c, sin embargo, el ángulo β no es el verdadero, sino el proyectado, de aquí la designación de β' empleada en la figura. Los triángulos rectángulos sombreados en la figura se pueden determinar por la longitud de sus catetos. Así por ejemplo el cateto d-2' del triángulo d-2-2' aparece en su verdadera magnitud de la línea segmento correspondiente de la proyección circular de la línea de corriente del alzado; mientras que el cateto 2-2' puede medirse en su verdadera magnitud en la planta, donde los paralelos (circunferencias) no están deformados. Leídas las longitudes de los dos catetos de todos los triángulos en el alzado y planta respectivamente, puede hacerse la representación conforme cilíndrica de la línea de corriente d la figura 17-d, en la cual los meridianos y paralelos son rectas que se cortan ortogonalmente, como en el triángulo curvilíneo real, y los ángulos se conservan. En la figura 17-d, puede, medirse en ángulo β de primordial interés para el diseño del álabe en las proyecciones b y c aparecería deformado. En la misma figura 17-d, se ha dibujado la representación conforme de la línea de corriente 1-a-b-c-d-2

En resumen la línea de corriente 1-a-b-c-d-2 se representa:

- ❖ En perspectiva (figura 17-a): en ella se visualiza mejor la línea de corriente;
- ❖ En el alzado (figura 17-b): en él se mide el cateto (en la proyección circular);
- ❖ En planta (figura 17-c): en él se mide el otro cateto;
- ❖ En representación conforme (figura 17-d): en ella se mide el ángulo β .

En el diseño de un álabe iremos construyendo las líneas de corriente una a una en número suficiente para determinar el álabe corriente arriba, es decir no a partir de la arista de entrada sino de la arista de salida; resolviendo triángulo a triángulo para determinar la hipotenusa o línea de corriente.

1.7.1.1. Condición de la cesión gradual de energía en el rodete.

Es útil explicar la altura de Euler H_u , que representa la altura correspondiente a la energía útil específica aprovechada por la turbina ($Y_u = g.H_u$), en función de los coeficientes de velocidades.

Dividendo ambos miembros de la ecuación

$$H_u = \frac{u_1 c_{1u} - u_2 c_{2u}}{g}$$

Por $2gH_n$ se tendrá:

$$\frac{H_u}{2gH_n} = \frac{1}{g} \left(\frac{u_1}{\sqrt{2gH_n}} \cdot \frac{c_{1u}}{\sqrt{2gH_n}} - \frac{u_2}{\sqrt{2gH_n}} \cdot \frac{c_{2u}}{\sqrt{2gH_n}} \right)$$

Y siendo $\frac{H_u}{H_n} = \eta_h$, y teniendo en cuenta la definición de los coeficientes de velocidades se tendrá:

$$\frac{\eta_h}{2} + k_{u2} \cdot k_{c2u} = k_{u1} \cdot k_{c1u} \quad \text{Ec.33}$$

Podemos decir que en cierto modo, y así nos expresaremos por razón de brevedad en lo sucesivo.

$k_{u1} \cdot k_{c1u}$ representa en forma adimensional la energía que posee un filamento de corriente en la arista de entrada;

$k_{u2} \cdot k_{c2u}$ representa en forma adimensional la energía del filamento en la arista de salida.

$\eta_h/2$ representa en forma adimensional la energía del filamento aprovechada por la turbina.

Teóricamente la energía de todos los hilos de corriente en la arista de entrada debe de ser igual (la ecuación de Bernoulli del fluido ideal se cumple antes del rodete entre dos puntos cualesquiera, aunque no estén situados en la misma línea de corriente); por tanto en la arista de entrada:

$$k_{u1} \cdot k_{c1u} = \text{cte.} \quad \text{Ec.34}$$

La energía del fluido a la salida del rodete, después de la cesión de energía, es menor, pero deberá análogamente ser igual en todos los puntos; luego en todos los puntos de la arista de salida de deberá verificar también:

$$k_{u2} \cdot k_{c2u} = \text{cte.} \quad \text{Ec.35}$$

Las ecuaciones 34 y 35 sirven para determinar los triángulos de velocidad a la entrada (un triángulo para turbina parcial) y a la salida, y en particular todos los ángulos β_1 y todos los ángulos β_2 .

Teóricamente la transmisión de energía sólo depende del arranque y del final de la trayectoria relativa, o sea de la forma del álabe a la entrada y salida. Prácticamente la transmisión de la energía en el rodete se ha de hacer en las condiciones más favorables, si se aspira a conseguir un rendimiento óptimo. Impondremos pues, la condición de una cesión gradual de energía en el rodete, en el sentido que pasamos a explicar, condición que además de ser razonable facilita el trazado del álabe.

Supondremos que la arista (ver figura 18) de entrada se encuentra en un plano meridional y la de salida en otro plano meridional, que forma con el anterior un ángulo diedro igual a φ . Ahora bien la energía total proporcional a $\eta_h/2$ (véase Ec.33) se ha cedido en un ángulo φ . La condición de la cesión gradual de energía significa que si la corriente ha progresado un ángulo φ/n el fluido debe haber cedido al rodete una energía igual a $\frac{1}{n} \cdot \frac{\eta_h}{2}$; Finalmente se supondrá que esta cesión de energía no se hace continua sino gradualmente por incrementos finitos, de manera que dividiendo el ángulo φ en n partes iguales (5 en la figura 18). Se supondrá que de 1-a la energía es constante e igual a $\eta_h/2$; de a-b y finalmente de d - 2 igual a 0. El número de n de partes en que se divide el ángulo depende de la precisión que se busque en el diseño.

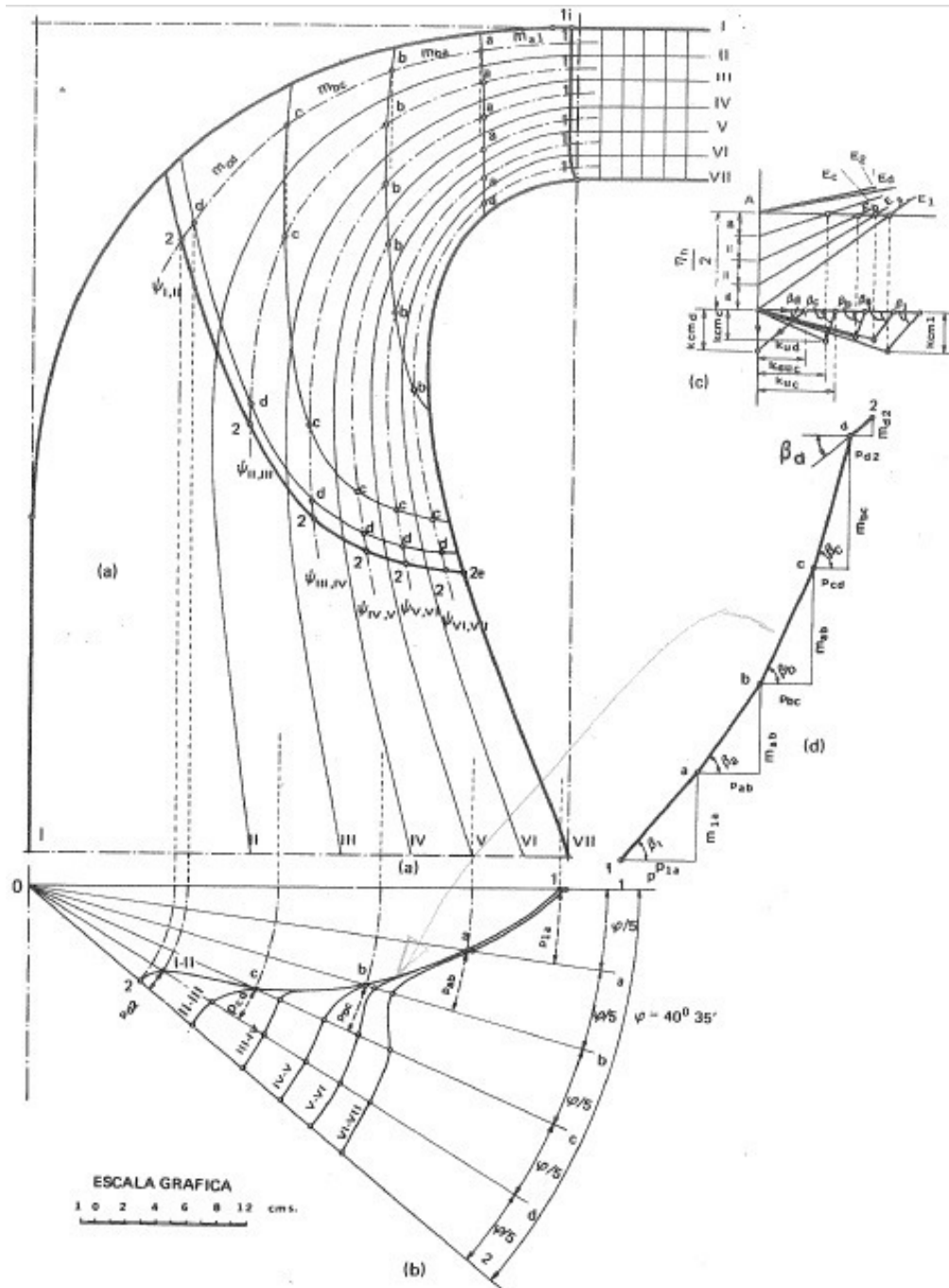


Figura 18: a)sección meridional de la turbina Francis, con las turbinas parciales, líneas de corriente y cortes verdaderos con los planos axiales (los cortes proyectados circularmente) b) sección transversal de la turbina Francis, trazos de planos axiales de igual energía (líneas radiales) y líneas de corriente proyectadas ortogonalmente c) estudio de las líneas de corriente $\psi_{I,II}$, rectas de energía y triángulos de coeficientes de velocidades d) línea de corriente en transformación conforme cilíndrica.

1.8. Espesores¹⁴

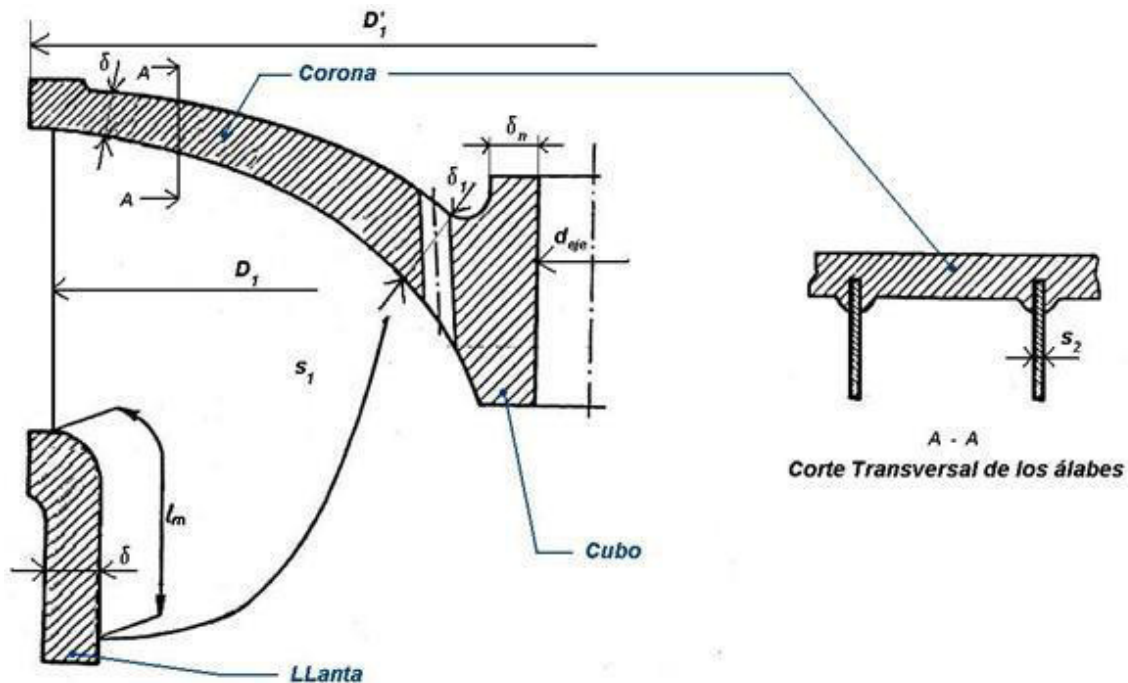


Figura 19: Corte transversal del rodete. Partes principales

En la figura 19 se observan los principales espesores de un rotor Francis rápido. La nomenclatura de la figura anterior, es la siguiente:

D'_1 : Diámetro al borde de salida de los álabes directrices totalmente abiertos, que coincide con D_{1e} , m.

D_1 : Diámetro medio a la entrada del rotor, m.

δ_n : Espesor de la pared del cubo, mm.

δ_1 : Espesor de la corona en el cubo, mm.

δ : Espesor de la corona y llanta, mm.

S_2 : Espesor de los álabes del rotor, mm.

D_{eje} : Diámetro del eje del rotor, m.

¹⁴ Tesis monográfica: Diseño de una Turbina Hidráulica para el Proyecto Energético “La Sirena”.

a) Espesor de la corona y llanta (δ)

$$\delta = (20 \text{ a } 25) + 0.01D_1 \quad \text{Ec.36}$$

$$\delta_1 = (25 \text{ a } 35) + 0.01D_1 \quad \text{Ec. 37}$$

En donde δ_1 es el espesor de la corona en la parte más cercana al cubo.

b) Espesor del cubo (δ_n)

$$\delta_n = (10 \text{ a } 20) + \frac{d_{\text{eje}}}{4} \quad \text{Ec. 38}$$

En el que d_{eje} es el diámetro del eje del rotor en m.

$$D_{\text{eje}} = 1.72 \sqrt[3]{\frac{M_{\text{tor}}}{\tau}}$$

Se multiplicara por un 15% por factor de seguridad (previniendo sobrecarga en la turbina o en la demanda de potencia)¹⁵.

Siendo τ (τ) el esfuerzo cortante del eje de la turbina (kgf/cm^2)¹⁶

¹⁵ Tesis monográfica: Diseño de una Turbina Hidráulica para el Proyecto Energético “La Sirena”.

¹⁶ Propiedad mecánica del eje del material: Acero Inoxidable Austenítico A962. Tesis monográfica: Diseño de una Turbina Hidráulica para el Proyecto Energético “La Sirena”.

c) Espesor del álabe.

$$S_2 = 20b_o \sqrt{\frac{H_n}{Z_2}} \quad \text{Ec. 39}$$

S_2 = espesor del álabe, mm.

b_o = altura de los álabes directrices, m.

H_n = carga o altura neta, m.

Z_2 = cantidad de los álabes del rotor.

d) Altura de la llanta (I_m)

$$I_m = \lambda \sqrt{D_{1e}} \quad \text{Ec. 40}$$

Dónde:

I_m : altura de la llanta mm

D_{1e} : diámetro externo a del álabe a la entrada al rotor, mm.

D_{1e} se calcula por la siguiente ecuación.

$$D_{1e} = 2 \left(\frac{U_{1e} \sqrt{2gH_n}}{w} \right) \quad \text{Ec.4}$$

El factor λ se obtiene interpolando con las n_s , utilizando la siguiente tabla:

n_s (rpm)	λ
80	7.25
400	4.75

Tabla 1

1.9. Diseño geométrico del rotor Francis.

A partir de las dimensiones obtenidas para la turbina, se procedió a la construcción geométrica en planos (AUTOCAD), realizado a partir de puntos de intersección predefinidos entre ellos.

Puntos de intersección.

Los puntos de intersección para la construcción de la turbina son:

La intersección de D_{1i} y D_{2i} con la arista interna descendente de la corona superior de la turbina.

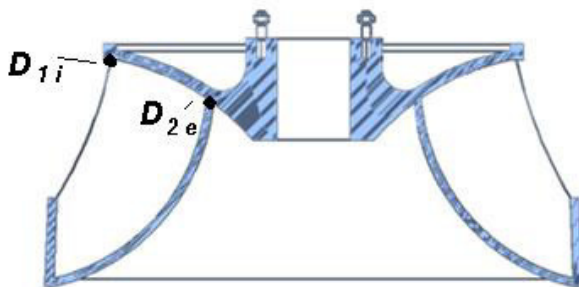


Figura 20: Puntos de intersección de la arista interna con la corona superior

La intersección de D_{1e} y D_{2e} con la arista interior de la llanta o faldón de la turbina.

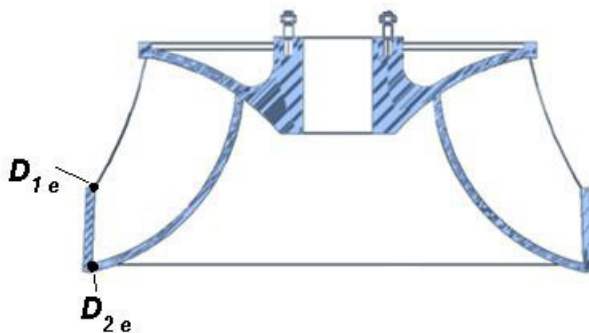


Figura 21: Puntos de intersección de la arista interior con la llanta

Las fórmulas para las dimensiones de los puntos de intersección son¹⁷:

$$D_{1e} = 2\left(\frac{u_{1e}\sqrt{2gHn}}{w}\right) \quad \text{Ec.42}$$

$$D_{1i} = 2\left(\frac{u_{1i}\sqrt{2gHn}}{w}\right) \quad \text{Ec.43}$$

$$D_{2e} = 2\left(\frac{u_{2e}\sqrt{2gHn}}{w}\right) \quad \text{Ec.44}$$

$$D_{2i} = 2\left(\frac{u_{2i}\sqrt{2gHn}}{w}\right) \quad \text{Ec.45}$$

Siendo w la velocidad angular del rodete, el cual para encontrar este valor dividiremos la velocidad de rotación del rodete entre una constante cuyo valor es 9.55 ($W = \frac{n}{9.55}$)¹⁸

¹⁷ Tesis monográfica: Diseño de una Turbina Hidráulica para el Proyecto Energético “La Sirena”.

¹⁸ Tesis monográfica: Diseño de una Turbina Hidráulica para el Proyecto Energético “La Sirena”.

CAPÍTULO II

DISEÑO DEL

RODETE MODELO

2. Diseño del modelo del rodete Francis.

2.1. Parámetros de la turbina Francis del salto “La Sirena”

En el año 2011 se llevó a cabo una tesis monográfica en el salto La Sirena (cuenca del río Viejo), para determinar el tipo de turbina hidráulica para la explotación energética de dicho salto, obteniéndose la turbina Francis. Por las características geográficas se puede llevar a cabo la instalación de dos turbinas, las cuales tienen los siguientes parámetros de funcionamiento:

Diámetro de entrada	1.3464 m
Diámetro de salida	1.0771 m
Altura neta	91.174 m
Número de revoluciones	450 rpm
Caudal	17.5 m³/s
Potencia útil	20,210.74 CV
Momento torsor	3,389.089 kgf-cm
Eficiencia	0.95
Velocidad específica n_s	227.07 rpm

Tabla 2: Parámetros de la Turbina Francis prototipo.

Se usarán los siguientes datos para calcular los parámetros de diseño del rodete modelo.

2.2. Diámetros del rodete modelo.

Calcularemos la relación de diámetros de la turbina prototipo y la turbina modelo utilizando la Ec.1

$$\frac{D'}{D''} = K$$

El diámetro de entrada del rodete prototipo de la turbina Francis es 1.3464 m, se propone que el diámetro de entrada del rodete modelo sea de 0.4 m, la relación entre el rodete prototipo y el modelo es:

$$\frac{1.3464 \text{ m}}{0.4 \text{ m}} = 3.366$$

El coeficiente de relación entre el rodete prototipo y el modelo es de 3.366, el cual utilizaremos para calcular el diámetro de salida y los parámetros de diseño del rodete modelo.

El diámetro de salida del rodete prototipo de la turbina Francis es de 1.0771 m, según la ecuación 1 obtenemos el diámetro del rodete modelo:

$$\frac{D'}{D''} = K \qquad \frac{D'}{K} = D''$$

$$\frac{1.077 \text{ m}}{3.366} = 0.3199 \text{ m}$$

El diámetro de salida del rodete modelo es de 0.3199 m, equivalente a 0.32.

2.3. Parámetros de diseño del rodete modelo.

Usaremos las leyes de semejanzas de las turbinas hidráulicas para establecer las nuevas condiciones de trabajo del rodete modelo.

Existen dos maneras de utilizar las leyes de semejanzas¹⁹:

- a) El diámetro del prototipo sea igual al diámetro del modelo
- b) La altura neta del prototipo sea igual a la altura neta del modelo

Nuestra monografía se centra en el cálculo de un modelo del rodete Francis donde reduciremos los diámetros a una escala determinada para demostrar la geometría del mismo, seleccionaremos la opción b por ser la más adecuada a nuestra tesis. Procederemos a calcular el caudal, número de revoluciones, potencia útil y momento torsor del rodete modelo.

i. Variación del número de revolución con el diámetro y la altura neta.

$$\frac{n'}{n''} = \frac{D''}{D'} \frac{\sqrt{H'}}{\sqrt{H''}}$$

Siendo la altura neta una constante y el número de revolución del prototipo de 450 rpm, el valor del número de revolución del rodete modelo será:

¹⁹ Mecánica de fluidos y maquinas hidráulicas. Claudio Mataix

$$n' \cdot D' = n'' \cdot D''$$

$$n'' = 450 \text{ rpm (3.366)}$$

$$n'' = n' \frac{D'}{D''}$$

$$n'' = 1514.7 \text{ rpm}$$

Nota: No normalizaremos las revoluciones del rodete modelo, debido a que no se instalara un generador eléctrico, solo utilizaremos las revoluciones para cumplir las leyes de semejanzas. En caso de normalizar las rpm se tendría que reajustar los diámetros, buscar una nueva relación de diámetros, utilizar las leyes de semejanzas y el comportamiento variaría con respecto a la turbina prototipo.

ii. Variación del caudal con el diámetro y altura neta.

$$\frac{Q'}{Q''} = \frac{D'^2}{D''^2} \frac{\sqrt{H'}}{\sqrt{H''}}$$

El caudal de trabajo de la turbina Francis es de 17.5 m³/s, el caudal del rodete modelo:

$$\frac{Q'}{Q''} = K^2 \quad \frac{Q'}{K^2} = Q'' = \frac{17.5 \text{ m}^3/\text{s}}{(3.366)^2} = 1.5445 \text{ m}^3/\text{s}$$

iii. Variación de la potencia útil con el diámetro y altura neta.

$$\frac{Pa'}{Pa''} = \frac{D'^2}{D''^2} \frac{\sqrt{H'}}{\sqrt{H''}}$$

La potencia generada por la turbina es de 20,210.74 CV, la potencia útil del rodete modelo será:

$$\frac{Pa'}{Pa''} = K^2 \quad \frac{Pa'}{K^2} = Pa'' = \frac{20,210.74 \text{ CV}}{(3.366)^2} = 1783.832 \text{ CV}$$

iv. Variación del momento torsor con el diámetro y altura neta

$$\frac{M_t'}{M_t''} = \frac{D'^3}{D''^3} \frac{H'}{H''}$$

El momento torsor del rodete prototipo es de 3, 389,089.4 kgf-cm, el momento torsor del rodete modelo es:

$$\frac{M_t'}{M_t''} = K^3 \frac{M_t'}{K^3} = M_t'' = \frac{3, 389,089.4 \text{ kgf-cm}}{(3.366)^3}$$

$$M_t'' = 88,867.0349 \text{ kgf-cm}$$

2.4. Cálculo de la velocidad específica del rodete modelo.

Procedemos a calcular la velocidad específica utilizando los datos obtenidos de las leyes de semejanzas:

$$n_s = \frac{n \sqrt{P_u}}{H_n^{5/4}}$$

$$n_s = \frac{1514.7 \sqrt{1783.823 \text{ CV}}}{91.174^{5/4}}$$

$$n_s = 227.07 \text{ rpm}$$

El rodete modelo y el prototipo son geoméricamente semejantes ambos poseen la misma velocidad específica cumpliéndose la ley de semejanza.

2.5. Programa Francis.

El programa Francis está hecho en C++, este programa realiza los cálculos de las dimensiones para el alabe de una turbina.

Al iniciar nos pide la escala con la que trabajaremos, con esta escala (aquí llamaremos “scala” a la escala pedida) se calculará primeramente La Línea Exterior Del Perfil Hidráulico, dentro de aquí el programa nos pide los datos de entrada para realizar los cálculos correspondientes, los datos de entrada son: W, H, R, NI, Q. La escala a trabajar es 1:20, los valores de los datos que nos pide el programa son los siguientes.

W: Peso específico del agua (kgf/m^3)

H: Altura neta o de carga (m)

R: Eficiencia de la turbina

NI: Número de revoluciones (rpm)

Q: Caudal de trabajo (m^3/s)

Con estos valores encontraremos X, Y los cuales representan los valores de las líneas interior y exterior del perfil hidráulico, se multiplicarán por la escala (scala), estos últimos valores que encontraremos corresponden a cálculos obtenidos de varias iteraciones, es decir, que se obtiene de un ciclo.

Para esto el valor de X es inicializado en cero y por cada iteración en el ciclo, el valor de X se incrementa en 0.5 y esto se repite (se

mantiene en iteraciones) mientras X sea menor o igual a L, el valor de L es obtenido del resultado de:

$$L = 2.4 - (1.9 * (2 - N) * N)$$

El valor de N es obtenido del resultado de:

$$N = (2 * 3.14159 * NI)/60 * (Q/3.14159)^{0.5} / (2 * 9.81 * H)^{0.75}.$$

Este valor N representa el número de Bovet de la turbina Francis. Mientras se mantiene iteración y al irse incrementado X el valor de Y va tomando el valor de:

$Y = 3.08 * Y3 * (1 - (X/L)) * \sqrt{X * (1 - (X/L)/L)}$ -> aquí tomar en cuenta que el valor de X incrementa por iteración.

El valor de Y3 es obtenido de: $Y3 = Y2 / A$

El valor de A es obtenido de: $A = 3.08 * (1 - (0.5 / L)) * \sqrt{0.5 * (1 - (0.5 / L)) / L}$

El valor de Y2 es obtenido de: $Y2 = R1 - 1$

El valor de R1 es obtenido de: $R1 = 0.493 / (N)^{0.66}$

Mientras se mantiene la iteración el valor de escala * X es obtenido de la multiplicación de la escala dada en un inicio por el valor de X, y así va sucesivamente tomando el valor cambiante de X por escala en cada iteración.

De igual manera el valor de escala * Y es obtenido de la multiplicación del valor variante de Y por la escala pedida al inicio.

Después de haber calculado la línea exterior del perfil hidráulico (X, Y, SCALA*X, SCALA*Y) y su número específico de revoluciones adimensional N, calculamos su potencia útil P.

$$P = (W*H*R*Q)/75$$

También calcularemos los valores: LE, X2E, R0E, Y2E, YME, estos valores son obtenidos de:

- $LE = SCALA * L$
- $X2E = SCALA * 0.5$
- $R0E = SCALA * R1$
- $Y2E = SCALA * Y2$
- $YME = SCALA * Y3$

Posteriormente a todos estos cálculos el programa procede a calcular La Línea Interior Del Perfil Hidráulico, para esto también dentro de un ciclo calcularemos los valores para X, Y, SCALA*X, SCALA*Y para la trazabilidad de la línea interior.

Para el inicio del ciclo X toma un valor en cero el cual por cada iteración se irá incrementando en 0.5, aquí el ciclo se repetirá mientras el valor de X sea menor o igual a L5/4, el valor de L5 es obtenido de:

- $L5 = 3.2 + (3.2*(2 - N) * N)$

Por cada iteración el valor de Y va tomando el valor de:

- $Y = 3.08 * Y5 * (1-(X/L5)) * \sqrt{X*(1-(X/L5)/L5)}$

También por cada iteración del ciclo el valor de scala*X y scala*Y se van obteniendo del valor de la scala obtenido en un inicio por el valor cambiante de X y la scala por el valor cambiante de Y.

Después de que termina este ciclo el programa calcula los valores: YMI, scala*YMI, LI/4, scala*LI/4, estos son calculados de la siguiente manera:

- $YMI = Y5 \rightarrow \text{Aquí} \rightarrow Y5 = 0.7 + (0.16 / (N + 0.08))$
- $scala*YMI = scala * Y5$
- $LI/4 = L5 / 4$
- $Scala*LI/4 = scala * L5 / 4$

Después de todos estos cálculos el programa calcula la arista de entrada y salida, aquí el programa obtiene los valores de R_{1i} , R_{2e} , Bo , $scala*Bo$, de la siguiente manera:

R_{1i} este es equivalente a Z_1 donde:

- $Z_1 = (30 * \sqrt{(19.62*H/1.72)}) / (3.14159*NI)$

R_{2e} este es equivalente a Z_2 :

- $Z_2 = (30 * Q / (NI * 27 * (3.14159)^2)))^{0.33}$

Bo es equivalente a Z_3 :

- $Z_3 = (0.8 * (2 - N) * N)$
- $Scala*Bo = scala * Z_3$

El programa despliega o muestra en la pantalla los cálculos realizados y por último da la opción de que si queremos hacer nuevos cálculos con nuevos valores. Después de utilizar el Programa Francis obtenemos el número de Bovet adimensional para las turbinas Francis, las distancias de los radios y alabes del rodete:

- $n_o = 0.404$
- $b_o = 10 \text{ cm}$
- $l_e = 23 \text{ cm}$
- $x_{2e} = 10 \text{ cm}$
- $r_{oe} = 22 \text{ cm}$
- $y_{2e} = 2.67 \text{ cm}$
- $y_{me} = 3.05 \text{ cm}$
- $y_{mi} = 20.60 \text{ cm}$
- $li/4 = 26.32 \text{ cm}$

El número de Bovet del rodete modelo está entre los valores de diseño para las turbinas hidráulicas ($0.1 < n_o < 0.8$), con estas dimensiones se procederá a construir los álabes por medio de los perfiles hidráulicos y las rectas de energía.

2.6. Triángulos de velocidades.

- Cálculos para triángulo de velocidades a la entrada del rodete.

- Velocidad tangencial a la entrada del rodete.

$$u_1 = \left(\frac{u_{1e} + u_{1i}}{2} \right) \sqrt{2gH_n}$$

$$u_1 = \left(\frac{0.84 + 0.66}{2} \right) \sqrt{2 \times 9.81 \text{ m/s}^2 \times 91.174 \text{ m}}$$

$$u_1 = 31.7047 \text{ m/s}$$

- Componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido a la entrada del rodete.

$$C_{1u} = \frac{g.H_n}{u_1}$$

$$C_{1u} = \frac{9.81 \text{ m/s}^2 \times 91.174 \text{ mts}}{31.7047 \text{ m/s}}$$

$$C_{1u} = 28.2108 \text{ m/s}$$

➤ Componente meridional de la velocidad absoluta del fluido a la entrada del rodete.

$$c_{1m} = c_m \sqrt{2g H_n}$$

$$c_{1m} = 0.24 \sqrt{2 \times 9.81 \text{ m/s}^2 \times 91.174 \text{ m}}$$

$$c_{1m} = 10.1455 \text{ m/s}$$

➤ Velocidad absoluta del fluido a la entrada del rodete.

$$c_1 = \frac{c_{1u}}{\cos \alpha_1}$$

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \left[\frac{c_{1m}}{c_{1u}} \right]$$

Calcularemos primero el ángulo α

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \left[\frac{10.1455 \text{ m/s}}{28.2108 \text{ m/s}} \right]$$

$$\alpha_1 = 19.78^\circ$$

La velocidad absoluta del agua es:

$$c_1 = \frac{21.1821 \text{ m/s}}{\cos 19.78}$$

$$c_1 = 22.5102 \text{ m/s}$$

- Velocidad relativa del fluido a la entrada del rodete.

$$w_1 = \sqrt{(u_1 - c_{1u})^2 + (c_{1m})^2}$$

$$w_1 = \sqrt{(31.7047 \text{ m/s} - 28.2108 \text{ m/s})^2 + (10.1455 \text{ m/s})^2}$$

$$w_1 = 10.7302 \text{ m/s}$$

- Ángulo β_1 a la entrada de los álabes en el rodete.

$$\beta_1 = \tan^{-1} \left[\frac{c_{1m}}{u_1 - c_{1u}} \right]$$

$$\beta_1 = \tan^{-1} \left[\frac{10.1455 \text{ m/s}}{31.7047 \text{ m/s} - 28.2108 \text{ m/s}} \right]$$

$$\beta_1 = 70.99^\circ$$

- **Cálculos para triángulo de velocidades a la salida del rodete.**

- Velocidad tangencial a la salida del rodete.

$$u_2 = \left(\frac{u_{2e} + u_{2i}}{2} \right) \sqrt{2gH_n}$$

$$u_2 = \left(\frac{0.85 + 0.35}{2} \right) \sqrt{2 \times 9.81 \text{ m/s}^2 \times 91.174 \text{ m}}$$

$$u_2 = 25.3638 \text{ m/s}$$

- Velocidad absoluta del fluido a la salida del rodete.

$$c_2 = c_s \sqrt{2gH_n}$$

$$c_2 = 0.26 \sqrt{2 \times 9.81 \text{ m/s}^2 \times 91.174 \text{ m}}$$

$$c_2 = 11 \text{ m/s}$$

- Velocidad relativa a la salida del rodete.

$$w_2 = \sqrt{(c_2)^2 + (u_2)^2}$$

$$w_2 = \sqrt{(11 \text{ m/s})^2 + (25.3638 \text{ m/s})^2}$$

$$w_2 = 27.6463 \text{ m/s}$$

- Ángulo β_2 a la salida del rodete.

$$\beta_2 = \tan^{-1} \left[\frac{11 \text{ m/s}}{25.3638 \text{ m/s}} \right]$$

$$\beta_2 = 23.44^\circ$$

2.7. Espesores.

- ❖ Espesor de la corona (δ_1) y llanta (δ)

$$\delta = (20 \text{ a } 25) + 0.01 D_1$$

$$\delta = 23 + 0.01 (40 \text{ cm})$$

$$\delta = 23.36 \text{ mm}$$

$$\delta_1 = (25 \text{ a } 35) + 0.01 D_1$$

$$\delta_1 = 30 + 0.01 (40 \text{ cm})$$

$$\delta_1 = 30.36 \text{ mm}$$

- ❖ Espesor del cubo (δ_n):

$$\delta_n = (10 \text{ a } 20) + \frac{d_{eje}}{4}$$

$$D_{eje} = 1.72 \sqrt[3]{\frac{M_{tor}}{\tau}}$$

$$D_{eje} = 1.72 \sqrt[3]{\frac{88,867.0349 \text{ kgf-cm}}{2,551.02 \text{ kgf-cm}}}$$

$$D_{eje} = 5.617 \text{ cm}$$

Multiplicándolo por un factor de seguridad del 15%
(previniendo sobrecargas en la turbina o en la demanda de potencia)

$$D_{eje} = 6.459 \text{ cm}$$

$$\delta_n = 15 + \frac{6.459 \text{ cm}}{4}$$

$$\delta_n = 16.614 \text{ cm}$$

❖ Espesor del álabe:

$$S_2 = 20b_0 \sqrt{\frac{H_n}{Z_2}}$$

$$S_2 = 20(0.1\text{m}) \sqrt{\frac{91.174 \text{ m}}{16}}$$

$$S_2 = 4.7741 \text{ mm}$$

❖ Altura de la llanta:

$$l_m = \lambda \sqrt{D_{1e}}$$

$$D_{1e} = 2 \left(\frac{U_{1e} \sqrt{2gH_n}}{w} \right)$$

$$\text{Siendo } W = \frac{n}{9.55}, \quad W = \frac{1514.7}{9.55}, \quad w = 158.607$$

$$U_{1e} = 0.84$$

$$D_{1e} = 2 \left(\frac{0.84 \sqrt{2 \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) (91.174 \text{ m})}}{158.607} \right)$$

$$D_{1e} = 0.447 \text{ m}$$

Interpolando el factor λ de la siguiente tabla:

n_s (rpm)	λ
80	7.25
400	4.75

$$l_m = 6.1 \sqrt{447 \text{ mm}}$$

$$l_m = 129 \text{ mm}$$

2.8. Diseño geométrico del rodete Francis.

A partir de las dimensiones obtenidas para la turbina, se procedió a la construcción geométrica en planos (AUTOCAD), realizado a partir de puntos de intersección predefinidos entre ellos.

Puntos de intersección.

Las dimensiones de los puntos de intersección se calculan mediante las siguientes formulas²⁰:

- $D_{1e} = 2 \left(\frac{U_{1e} \sqrt{2gH_n}}{w} \right)$
- $D_{1i} = 2 \left(\frac{U_{1i} \sqrt{2gH_n}}{w} \right)$
- $D_{2e} = 2 \left(\frac{U_{2e} \sqrt{2gH_n}}{w} \right)$
- $D_{2i} = 2 \left(\frac{U_{2i} \sqrt{2gH_n}}{w} \right)$

$$D_{2e} = 2 \left(\frac{0.85 \sqrt{2 \left(9.8 \frac{m}{s} \right) (91.174 m)}}{158.607} \right)$$

$$D_{2e} = 0.4530 \text{ m}$$

$$D_{2i} = 2 \left(\frac{0.35 \sqrt{2 \left(9.8 \frac{m}{s} \right) (91.174 m)}}{158.607} \right)$$

$$D_{2i} = 0.1865 \text{ m}$$

Se usarán las dimensiones obtenidas mediante el Programa Francis y dimensiones de las intersecciones del rodete para realizar un dibujo con las componentes del rodete modelo²¹.

²⁰ Tesis Monográfica "Diseño de una turbina hidráulica para el proyecto energético La Sirena"

²¹ Ver dibujo en ANEXO

CAPÍTULO III

LÍNEAS DE ENERGÍA

3. Líneas de energía.

3.1 Trazado de la líneas de energías.

Según el procedimiento que se explicó en el capítulo I, hemos dividido nuestra turbina en 6 turbinas parciales. Las líneas de corriente se designan $\psi_I, \psi_{II}, \psi_{III}, \dots, \psi_{VI}$, coincidiendo las líneas ψ_I, ψ_{VI} con las líneas interior y exterior del perfil hidráulico, previamente calculados en el capítulo 2 (Programa Francis). Las líneas de corriente medias $\psi_{I,II}, \psi_{II,III}$, etc... son las representativas de las turbinas parciales respectivas, y son las que utilizaremos en el diseño. Las líneas de corriente se han obtenido por el método de las aproximaciones sucesivas hasta conseguir que trazadas primero estimativamente las líneas equipotenciales en todos los rectángulos curvilíneos representados en la figura 22. Se verifique que:

$$\frac{\Delta b \cdot R}{\Delta L} = \text{Cte}$$

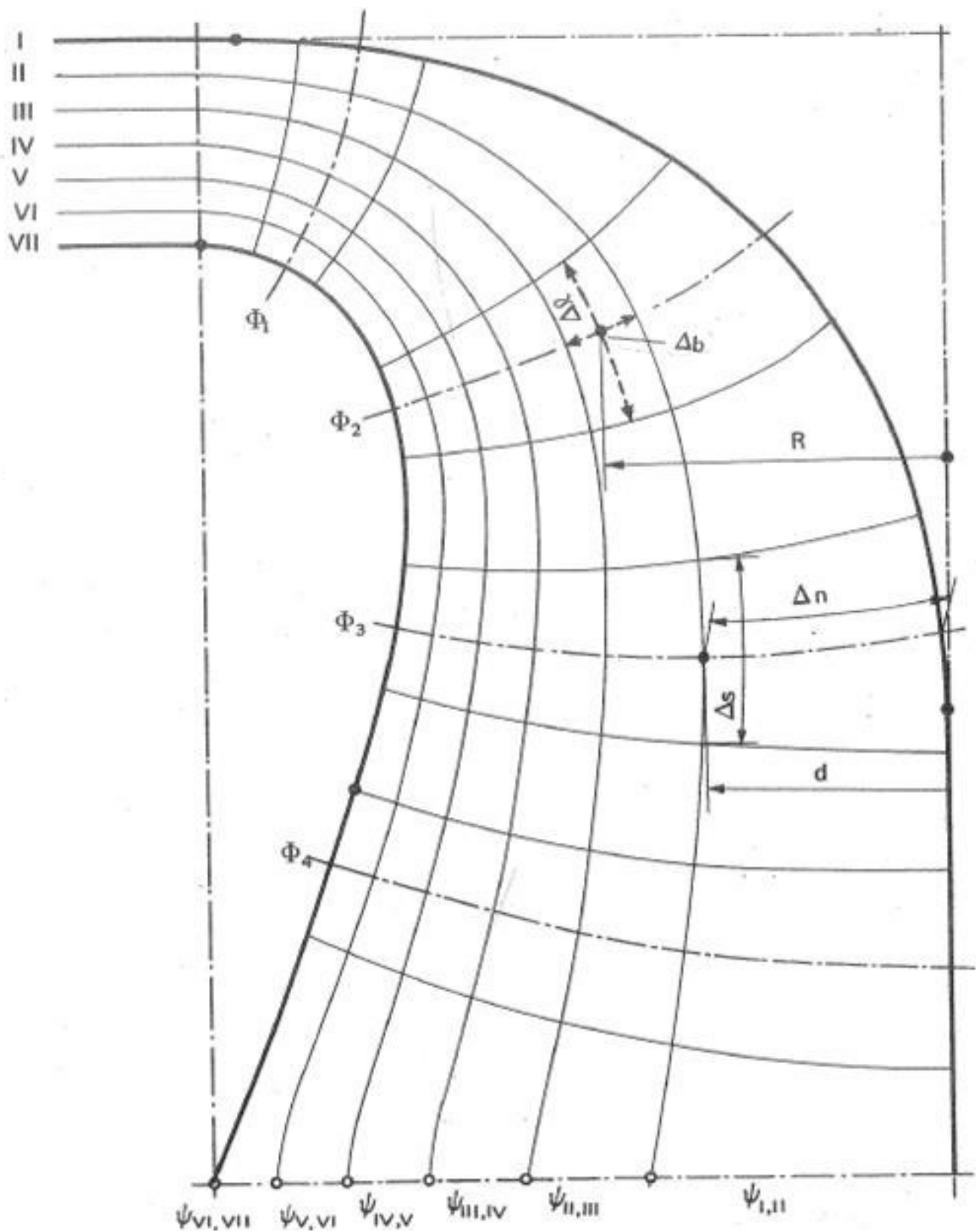


Figura 22: Inscripci3n de la red de corriente en el interior del perfil hidr3ulico

Línea equipotencial	Turbina parcial	Δb (mm)	R (mm)	$\Delta \ell$ (mm)	$\frac{\Delta b \cdot R}{\Delta \ell}$	Valor medio	Corrección a efectuar en las líneas de corriente (mm)	Error (respecto al valor medio)%
Φ_1	$\psi_{I,II}$	22.524	162.4	141.03	25.9	49.7	23.8	48%
	$\psi_{II,III}$	22.201	168.4	97.043	38.5		11.2	22%
	$\psi_{III,IV}$	20.09	175.9	83.605	42.3		7.4	15%
	$\psi_{IV,V}$	19.646	185	132.64	27.4		22.3	45%
	$\psi_{V,VI}$	17.761	195.1	55.874	62.0		-12.3	25%
	$\psi_{VI,VII}$	18.191	206.2	36.77	102.0		-52.3	105%
Φ_2	$\psi_{I,II}$	47.006	67.86	204.07	15.6	21.0	5.3	25%
	$\psi_{II,III}$	27.208	97.01	202.32	13.0		8	38%
	$\psi_{III,IV}$	24.703	120	151.13	19.6		1	6%
	$\psi_{IV,V}$	25.138	143.4	151.11	23.8		-2.9	14%
	$\psi_{V,VI}$	25.993	168.1	156.5	27.9		-7	33%
	$\psi_{VI,VII}$	19.394	190.4	143.46	25.7		-4.8	23%
Φ_3	$\psi_{I,II}$	52.931	32.87	105.91	16.4	10.9	-5.5	50%
	$\psi_{II,III}$	35.477	77.01	834.54	3.3		7.7	70%
	$\psi_{III,IV}$	30.037	109.5	799.56	4.1		6.8	62%
	$\psi_{IV,V}$	26.435	137.2	536.83	6.8		4.2	38%
	$\psi_{V,VI}$	28.027	163.5	243.5	18.8		-7.9	72%
	$\psi_{VI,VII}$	23.402	188	271.5	16.2		-5	48%
Φ_4	$\psi_{I,II}$	55.301	27.65	2691.1	0.6	5.6	5.0	90%
	$\psi_{II,III}$	42.433	76.23	1818.6	1.8		3.8	68%
	$\psi_{III,IV}$	35.39	114.4	1249.6	3.2		2.4	42%
	$\psi_{IV,V}$	32.594	146.4	382.14	12.5		-6.9	123%
	$\psi_{V,VI}$	27.851	175.4	628.92	7.8		-2.2	38%
	$\psi_{VI,VII}$	21.417	198.6	542.79	7.8		-2.2	40%

Tabla 3: Rectificaciones de la red de corriente en el interior del perfil hidráulico.

En la Tabla 3 se aducen los resultados correspondientes a la tercera modificación representada también en la figura 22, en la cual se dibuja la red compuesta de líneas de corriente y equipotenciales, correspondiente a dicha aproximación, en base de la Tabla 3 se diseñó en AUTOCAD el perfil hidráulico de los alabes del rodete²².

3.2 Trazado de la arista de entrada.²³

Partiremos de la arista de entrada estimada, según el número específico de revoluciones de arista de turbinas previamente diseñadas y contrastadas con modelos en bancos de pruebas.

Siendo nuestra turbina $n_0 = 0.404$ comprendiendo el valor de $n_0 = 0.4$, partimos del punto 1_i ($r_1 = 160\text{cm}$) que es conocido y pertenece a dicha arista (Ver Figura 9).

3.3 Valor del coeficiente de velocidad meridional c_m en cada punto del espacio ocupado por el rodete.²⁴

Una vez trazada la red de corriente de la figura 15 es inmediato el cálculo de la velocidad meridional c_m en cada punto: para ello se inscriben (figura 16), en cada turbina parcial circunferencias que sean tangentes a las líneas corriente que limita dicha turbina parcial, cuyo diámetro será Δb_x y la distancia de dicha circunferencia al eje de la turbina R_x . Los

²² Ver en Anexo Dibujo 1 “ Perfil Hidráulico de los Alabes de la Turbina Francis”

²³ Turbomáquinas hidráulicas. Claudio Mataix.

²⁴ Turbomáquinas hidráulicas. Claudio Mataix.

The diagram shows a curved beam with seven layers, labeled I through VII from top to bottom. The inner radius of the beam is denoted by R . The thickness of each individual layer is Δb , and the total thickness of the beam is $2e$. The diagram illustrates the variation of the radius of curvature across the layers. In layer I, the radius is R . As we move through layers II, III, IV, V, and VI, the radius of curvature increases, as indicated by the outward-curving lines. In layer VII, the radius is shown to be significantly larger than R . Two circular elements are shown within the beam, one in layer IV and one in layer VI, with arrows indicating the direction of the stress distribution. The stress distribution is shown as a series of curved lines that become more pronounced as the radius of curvature increases.

$$\Delta Q$$

$$C_{mx} = \frac{2\pi R_x \Delta b_x}{\lambda}$$

Es claro que para obtener el valor de la velocidad de la turbina real

Los datos obtenidos mediante el Programa Francis R_{2e} es decir el radio de salida del rodete modelo es de 22 cm, el radio de salida se redujo a 20 cm para una mayor facilidad en el diseño del álabe.

La escala a trabajar es la siguiente:

$$E = \frac{20\text{cm}}{22\text{ cm}}$$

$$E = 0.9090$$

El valor de R_{real} será:

$$R_{\text{real}} = R_x * \frac{1}{0.9090}$$

El valor de Δb_{real} será:

$$\Delta b_{\text{real}} = \Delta b_x * \frac{1}{0.9090}$$

El coeficiente de velocidad meridional en cada punto será:

$$K_{\text{cm}} = \frac{c_m}{\sqrt{2g * H_n}}$$

La Tabla 4 muestra los coeficientes de velocidades meridionales (k_{cm}) de los diferentes puntos del rodete.

Tabla de cálculo de los coeficientes de velocidad meridional							
C_m	ΔQ	E	Δb_x (mts)	Δb_{real}	R_x (mts)	R_{real}	K_{cm}
9.2580	0.257417	0.909090909	0.02252	0.0248	0.1624	0.17864	0.21900
8.9361	0.257417	0.909090909	0.0225	0.0248	0.1684	0.18524	0.21139
9.5861	0.257417	0.909090909	0.02008	0.022088	0.1759	0.19349	0.22677
9.7559	0.257417	0.909090909	0.01877	0.020647	0.1849	0.20339	0.23078
9.7717	0.257417	0.909090909	0.01776	0.019536	0.1951	0.21461	0.23116
9.0315	0.257417	0.909090909	0.01819	0.020009	0.2061	0.22671	0.21365
10.7944	0.257417	0.909090909	0.04623	0.050853	0.06785	0.074635	0.25535
12.8317	0.257417	0.909090909	0.0272	0.02992	0.09701	0.106711	0.30354
11.4233	0.257417	0.909090909	0.0247	0.02717	0.12	0.132	0.27023
9.4022	0.257417	0.909090909	0.02513	0.027643	0.1433	0.15763	0.22242
7.7529	0.257417	0.909090909	0.02598	0.028578	0.1681	0.18491	0.18340
9.1712	0.257417	0.909090909	0.01939	0.021329	0.1904	0.20944	0.21695
19.4612	0.257417	0.909090909	0.05293	0.058223	0.03287	0.036157	0.46037
12.3971	0.257417	0.909090909	0.03547	0.039017	0.077	0.0847	0.29326
10.3165	0.257417	0.909090909	0.03	0.033	0.1094	0.12034	0.24404
9.3441	0.257417	0.909090909	0.02643	0.029073	0.1371	0.15081	0.22104
7.4005	0.257417	0.909090909	0.028	0.0308	0.1634	0.17974	0.17506
7.7007	0.257417	0.909090909	0.0234	0.02574	0.1879	0.20669	0.18216
22.1437	0.257417	0.909090909	0.0553	0.06083	0.02765	0.030415	0.52383
10.4696	0.257417	0.909090909	0.04243	0.04667	0.07622	0.083842	0.24767
8.3703	0.257417	0.909090909	0.03539	0.038929	0.1143	0.12573	0.19801
7.0965	0.257417	0.909090909	0.03259	0.035849	0.1464	0.16104	0.16787
6.9353	0.257417	0.909090909	0.02785	0.030635	0.1753	0.19283	0.16406
7.9565	0.257417	0.909090909	0.02141	0.023551	0.19876	0.218636	0.18822

Tabla 4: Coeficientes de velocidades meridionales

En referencia a la Tabla 4 se trazaron los radios de los valores medio y se multiplicaron por la escala (E), la cual nos da los valores reales. Se realizó un dibujo del alabe con los radios medios de los coeficientes de velocidades meridionales²⁵.

3.4 Ángulo ϕ de cesión de energía en el rodete²⁶.

Provisionalmente se eligió este ángulo partiendo de un valor inicial de acuerdo con otros diseños cuyos números específicos de revoluciones eran aproximados al nuestro. Una vez elegido este ángulo inicial prescribimos que la energía total ($n_h/2$) se ceda en el rodete en cuatro saltos hacemos que en un quinto salto el triángulo de salida permanezca rectángulo, es decir se divide el ángulo ϕ en 5 partes iguales.

A continuación partimos del punto 1 de la turbina parcial VI-VII, de la que conocemos el punto 2 por conocer el 2_e . Si al ir cediendo la energía no llega al final del proceso (con el ángulo ϕ inicialmente elegido) hasta un punto 2 aceptable hemos de volver a tomar otro ángulo ϕ mayor o menor que el anterior, según sea el resultado anteriormente obtenido. Una vez conseguido un ángulo ϕ aceptable procedemos a la obtención de las rectas de energía y de los triángulos de los coeficientes de velocidad para todas las turbinas parciales hasta llegar a la arista de salida que se obtiene uniendo los puntos 2 de cada una de dichas turbinas. El ángulo ϕ finalmente adoptado es $\phi=40^\circ$ (ver Figura 18).

²⁵ Ver Anexo Dibujo 2 “ Coeficientes de Velocidad Meridional y Líneas de Corrientes”

²⁶ Turbomáquinas hidráulicas. Claudio Mataix pag.679

3.5 Cálculo de las intersecciones del álabe con los planos axiales²⁷.

Llamando E_{1a} , E_{1b} ...etc... a la energía cedida por el agua al rodete en los planos 1 y a, a y b, b y c, c y d, y d y 2, entonces:

$$E_{1a} = E_{ab} = E_{bc} = E_{cd}$$

Siendo igual la energía cedida entre cada dos planos axiales consecutivos y además según lo dicho $E_{d2}=0$

Se tendrá:

$$k_{u1}.k_{c1u} = k_{ua}.k_{cua} + \frac{1}{4} n_h/2$$

$$k_{ua}.k_{cua} = k_{ub}.k_{cub} + \frac{1}{4} n_h/2$$

$$k_{ub}.k_{cub} = k_{uc}.k_{cuc} + \frac{1}{4} n_h/2$$

$$k_{uc}.k_{cuc} = k_{ud}.k_{cud} + \frac{1}{4} n_h/2$$

$$k_{ud}.k_{cud} = k_{u2}.k_{cu2}$$

Nota: Imponiendo la condición que el triángulo de salida sea rectángulo que $k_{cu2} = 0$ y según la última ecuación de energía, el triángulo en el plano d deberá ser rectángulo para que $k_{cud} = 0$.

Se parte como hemos dicho de la arista de entrada, en el cual conocemos en todo punto el valor del radio y por tanto conocemos en todo punto también:

$$u_1 = \pi.r_1.n \text{ (n en rps)} \text{ y } k_{u1} = \frac{u_1}{\sqrt{2gH_n}}$$

²⁷ Turbomáquinas hidráulicas. Claudio Mataix pag.679

La eficiencia hidráulica la obtenemos mediante la siguiente formula:

$$n_h = \frac{H_u}{H_n}$$

La altura útil (H_u) es igual a:

$$H_u = \frac{c_{1u}^2}{g}$$

El primer miembro de la ecuación lo conocemos $k_{cu1} = n_h/2$, así como el valor de k_{cm} (Tabla 5) y el de k_{u1} , con lo cual queda determinado el triángulo de velocidad del punto 1:

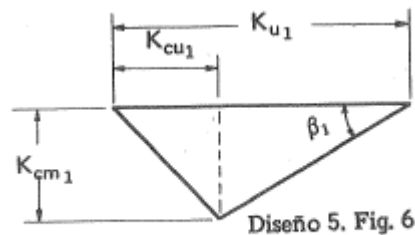


Figura 234: Triángulo de velocidad de los coeficientes de velocidad

Además de conocer el valor del paralelo o arco correspondiente al ángulo $\varphi/5$ cuyo valor será:

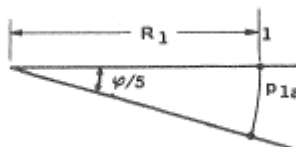


Figura 25: Arco del ángulo de cesión de energía

$$p_{1a} = r_1 \cdot \frac{\varphi}{5}$$

El valor del meridiano m_{1a} será:

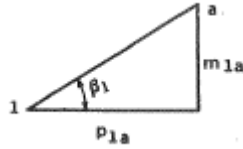


Figura 26: Triángulo del meridiano de la línea de energía

$$m_{1a} = p_{1a} \cdot \tan \beta_1$$

Conformando sobre la línea de corriente media representativa parcial una longitud igual a m_{1a} a partir del punto 1 sobre dicha línea de corriente el punto a. Una vez obtenido dicho punto medimos su radio (r_a) y obtenemos con el (multiplicado siempre por su factor de escala) el valor de k_{ua} , obtenemos el valor de k_{cua} mediante las igualaciones de energía y conocemos el valor de k_{cm} mediante la tabla 5, determinamos también el triángulo del punto a y por consiguiente el paralelo y el meridiano entre a y b.

Continuando con este procedimiento llegaremos al punto d, del cual conocemos que el triángulo es rectángulo hasta el punto 2 y con esto tenemos determinadas las rectas de energía y por tanto la arista de salida.

Las siguientes tablas muestran los coeficientes de velocidad de las 6 líneas de corriente que pasan a través del canal del álabe del rodete, con estos coeficientes de velocidades se trazarán rectas hacia el centro del rodete, las cuales se proyectaran al plano axial y formarán el ángulo de cesión de energía para los rodetes Francis²⁸.

²⁸ Ver Anexo Dibujo 3 “ Intersecciones del Alabe con el Plano Axial”

Cálculos de coeficientes de velocidades, según trayectoria sobre línea de corriente.						
n(rps)	$K_{U1}(m/s)$	$K_{Cu1}(m/s)$	$K_{Cm1}(m/s)$	β_1	raíz de $2gh$	$R_1(m)$
25.245	0.750	0.67	0.25	71.6	42.2946	0.16
n(rps)	$K_{Ua}(m/s)$	$K_{Cua}(m/s)$	$K_{Cma}(m/s)$	β_a	raíz de $2gh$	$R_a(m)$
25.245	0.2278	1.71	0.244	9.37	42.2946	0.1215
n(rps)	$K_{Ub}(m/s)$	$K_{Cub}(m/s)$	$K_{Cmb}(m/s)$	β_b	raíz de $2gh$	$R_b(m)$
25.245	0.2257	1.23	0.244	13.66	42.2946	0.12036
n(rps)	$K_{Uc}(m/s)$	$K_{Cuc}(m/s)$	$K_{Cmc}(m/s)$	β_c	raíz de $2gh$	$R_c(m)$
25.245	0.2197	0.76	0.198	20.23263	42.2946	0.11714
n(rps)	$K_{Ud}(m/s)$	$K_{Cud}(m/s)$	$K_{Cmd}(m/s)$	β_d	raíz de $2gh$	$R_d(m)$
25.245	0.2110	0.2607	0.14	18.057	42.2946	0.1125
n(rps)	$K_{U2}(m/s)$	$K_{Cu2}(m/s)$	$K_{Cm2}(m/s)$	β_2	raíz de $2gh$	$R_2(m)$
25.245	0.2025	0.271580568	0.24404	23.7	42.2946	0.108

Tabla 5: Coeficientes de velocidades en la línea 1 de energía.

cálculos para el punto 1-a				
$\rho_{1a}(\text{mm})$	$\phi/5 \text{ (rad)}$	escala E	$R_1(\text{mm})$	$m_{1a}(\text{mm})$
23	0.140	0.91	180	68.5

cálculos para el punto a-b				
$\rho_{ab}(\text{mm})$	$\phi/5 \text{ (rad)}$	escala E	$R_a(\text{mm})$	$m_{ab}(\text{mm})$
15.42	0.140	0.91	121.5	2.55

cálculos para el punto b-c				
$\rho_{1a}(\text{mm})$	$\phi/5 \text{ (rad)}$	escala E	$R_b(\text{mm})$	$m_{bc}(\text{mm})$
15.28	0.140	0.91	120.36	3.71

cálculos para el punto c-d				
$\rho_{1a}(\text{mm})$	$\phi/5 \text{ (rad)}$	escala E	$R_c(\text{mm})$	$m_{cd}(\text{mm})$
14.869	0.140	0.91	117.14	5.48

cálculos para el punto d-2				
$\rho_{1a}(\text{mm})$	$\phi/5 \text{ (rad)}$	escala E	$R_d(\text{mm})$	$m_{d2}(\text{mm})$
14.280	0.140	0.91	112.5	4.66

Tabla 6: Distancia de las líneas de energía en la red 1 de corriente.

Cálculos de coeficientes de velocidades, según trayectoria sobre línea de corriente.						
n(rps)	$K_{U1}(m/s)$	$K_{Cu1}(m/s)$	$K_{Cm1}(m/s)$	β_1	raíz de $2gh$	$R1(m)$
25.245	0.7500	0.67	0.25	71.56	42.2946	0.18626
n(rps)	$K_{Ua}(m/s)$	$K_{Cua}(m/s)$	$K_{Cma}(m/s)$	β_a	raíz de $2gh$	$Ra(m)$
25.245	0.2360	1.6471849	0.24400	9.81	42.2946	0.12586
n(rps)	$K_{Ub}(m/s)$	$K_{Cub}(m/s)$	$K_{Cmb}(m/s)$	β_b	raíz de $2gh$	$Rb(m)$
25.245	0.2325	1.1934411	0.244	14.25	42.2946	0.124
n(rps)	$K_{Uc}(m/s)$	$K_{Cuc}(m/s)$	$K_{Cmc}(m/s)$	β_c	raíz de $2gh$	$Rc(m)$
25.245	0.2277	0.7301	0.1834	20.054	42.2946	0.12143
n(rps)	$K_{Ud}(m/s)$	$K_{Cud}(m/s)$	$K_{Cmd}(m/s)$	β_d	raíz de $2gh$	$Rd(m)$
25.245	0.2205	0.2494107	0.13	77.470	42.2946	0.1176
n(rps)	$K_{U2}(m/s)$	$K_{Cu2}(m/s)$	$K_{Cm2}(m/s)$	β_2	raíz de $2gh$	$R2(m)$
25.245	0.1631	0.3371344	0.14	38.821	42.2946	0.087

Tabla 7: Coeficientes de velocidades en la línea 2 de energía

cálculos para el punto 1-a				
$\rho_{1a}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_1(\text{mm})$	$m_{1a}(\text{mm})$
23.730	0.140	0.91	186.26	71.2

cálculos para el punto a-b				
$\rho_{ab}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_a(\text{mm})$	$m_{ab}(\text{mm})$
16.03	0.140	0.91	125.86	2.8

cálculos para el punto b-c				
$\rho_{bc}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_b(\text{mm})$	$m_{bc}(\text{mm})$
15.798	0.140	0.91	124	4.0

cálculos para el punto c-d				
$\rho_{cd}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_c(\text{mm})$	$m_{cd}(\text{mm})$
15.470	0.140	0.91	121.43	5.6

cálculos para el punto d-2				
$\rho_{d2}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_d(\text{mm})$	$m_{d2}(\text{mm})$
14.982	0.140	0.91	117.6	67.4

Tabla 8: Distancia de las líneas de energía en la red 2 de corriente.

Cálculos de coeficientes de velocidades, según trayectoria sobre línea de corriente.						
n(rps)	$K_{U1}(m/s)$	$K_{Cu1}(m/s)$	$K_{Cm1}(m/s)$	β_1	raíz de $2gh$	$R1(m)$
25.245	0.7500	0.67	0.25	71.5591	42.2946	0.191
n(rps)	$K_{Ua}(m/s)$	$K_{Cua}(m/s)$	$K_{Cma}(m/s)$	β_a	raíz de $2gh$	$Ra(m)$
25.245	0.2531	1.535664369	0.30354	13.315481	42.2946	0.135
n(rps)	$K_{Ub}(m/s)$	$K_{Cub}(m/s)$	$K_{Cmb}(m/s)$	β_b	raíz de $2gh$	$Rb(m)$
25.245	0.2488	1.115197376	0.2703	17.327614	42.2946	0.1327
n(rps)	$K_{Uc}(m/s)$	$K_{Cuc}(m/s)$	$K_{Cmc}(m/s)$	β_c	raíz de $2gh$	$Rc(m)$
25.245	0.2432	0.683567415	0.34479	38.060109	42.2946	0.1297
n(rps)	$K_{Ud}(m/s)$	$K_{Cud}(m/s)$	$K_{Cmd}(m/s)$	β_d	raíz de $2gh$	$Rd(m)$
25.245	0.2213	0.248565218	0.13	78.142196	42.2946	0.118
n(rps)	$K_{U2}(m/s)$	$K_{Cu2}(m/s)$	$K_{Cm2}(m/s)$	β_2	raíz de $2gh$	$R2(m)$
25.245	0.2044	0.269088951	0.1687	69.018441	42.2946	0.109

Tabla 9: Coeficientes de velocidades en la línea 3 de energía

cálculos para el punto 1-a				
$\rho_{1a}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_1(\text{mm})$	$m_{1a}(\text{mm})$
24.33	0.140	0.91	191	72.97

cálculos para el punto a-b				
$\rho_{ab}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_a(\text{mm})$	$m_{ab}(\text{mm})$
17.199	0.140	0.91	135	4.071

cálculos para el punto b-c				
$\rho_{bc}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_b(\text{mm})$	$m_{bc}(\text{mm})$
16.906	0.140	0.91	132.7	5.275

cálculos para el punto c-d				
$\rho_{cd}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_c(\text{mm})$	$m_{cd}(\text{mm})$
16.524	0.140	0.91	129.7	12.938

cálculos para el punto d-2				
$\rho_{d2}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_d(\text{mm})$	$m_{d2}(\text{mm})$
15.033	0.140	0.91	118	71.599

Tabla 10: Distancia de las líneas de energía en la red 3 de corriente.

Cálculos de coeficientes de velocidades, según trayectoria sobre línea de corriente.						
n(rps)	$K_{U1}(m/s)$	$K_{Cu1}(m/s)$	$K_{Cm1}(m/s)$	β_1	raíz de $2gh$	$R1(m)$
25.245	0.7500	0.67	0.25	71.5591	42.2946	0.1982007
n(rps)	$K_{Ua}(m/s)$	$K_{Cua}(m/s)$	$K_{Cma}(m/s)$	β_a	raíz de $2gh$	$Ra(m)$
25.245	0.2756	1.410783871	0.22245	11.373154	42.2946	0.14695
n(rps)	$K_{Ub}(m/s)$	$K_{Cub}(m/s)$	$K_{Cmb}(m/s)$	β_b	raíz de $2gh$	$Rb(m)$
25.245	0.2730	1.016392114	0.22104	17.557406	42.2946	0.1456
n(rps)	$K_{Uc}(m/s)$	$K_{Cuc}(m/s)$	$K_{Cmc}(m/s)$	β_c	raíz de $2gh$	$Rc(m)$
25.245	0.2693	0.617400374	0.22104	42.210472	42.2946	0.1436
n(rps)	$K_{Ud}(m/s)$	$K_{Cud}(m/s)$	$K_{Cmd}(m/s)$	β_d	raíz de $2gh$	$Rd(m)$
25.245	0.2612	0.210527531	0.273	72.319763	42.2946	0.13932
n(rps)	$K_{U2}(m/s)$	$K_{Cu2}(m/s)$	$K_{Cm2}(m/s)$	β_2	raíz de $2gh$	$R2(m)$
25.245	0.2578	0.213360702	0.17506	58.939409	42.2946	0.13747

Tabla 11: Coeficientes de velocidades en la línea 4 de energía

cálculos para punto 1-a				
$\rho_{1a}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_1(\text{mm})$	$m_{1a}(\text{mm})$
25.2507692	0.140	0.91	198.2007	75.73

cálculos para el punto a-b				
$\rho_{ab}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_a(\text{mm})$	$m_{ab}(\text{mm})$
18.721	0.140	0.91	146.95	3.7658

cálculos para el punto b-c				
$\rho_{bc}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_b(\text{mm})$	$m_{bc}(\text{mm})$
18.549	0.140	0.91	145.6	5.869

cálculos para el punto c-d				
$\rho_{cd}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_c(\text{mm})$	$m_{cd}(\text{mm})$
18.295	0.140	0.91	143.6	16.595

cálculos para el punto d-2				
$\rho_{d2}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_d(\text{mm})$	$m_{d2}(\text{mm})$
17.7494	0.140	0.91	139.32	55.682

Tabla 12: Distancia de las líneas de energía en la red 4 de corriente.

Cálculos de coeficientes de velocidades, según trayectoria sobre línea de corriente.						
n(rps)	$K_{U1}(m/s)$	$K_{Cu1}(m/s)$	$K_{Cm1}(m/s)$	$\beta 1$	raíz de 2gh	R1(m)
25.245	0.7500	0.67	0.25	71.5591	42.2946	0.2055729
n(rps)	$K_{Ua}(m/s)$	$K_{Cua}(m/s)$	$K_{Cma}(m/s)$	βa	raíz de 2gh	Ra(m)
25.245	0.3113	1.24880844	0.16787	10.370401	42.2946	0.16601
n(rps)	$K_{Ub}(m/s)$	$K_{Cub}(m/s)$	$K_{Cmb}(m/s)$	βb	raíz de 2gh	Rb(m)
25.245	0.3099654	0.89526129	0.1678	16.891620	42.2946	0.1653
n(rps)	$K_{Uc}(m/s)$	$K_{Cuc}(m/s)$	$K_{Cmc}(m/s)$	βc	raíz de 2gh	Rc(m)
25.245	0.3075277	0.54060179	0.1678	50.246470	42.2946	0.164
n(rps)	$K_{Ud}(m/s)$	$K_{Cud}(m/s)$	$K_{Cmd}(m/s)$	βd	raíz de 2gh	Rd(m)
25.245	0.3037773	0.18105368	0.3	47.973866	42.2946	0.162
n(rps)	$K_{U2}(m/s)$	$K_{Cu2}(m/s)$	$K_{Cm2}(m/s)$	$\beta 2$	raíz de 2gh	R2(m)
25.245	0.3064026	0.17950242	0.3447	25.950670	42.2946	0.1634

Tabla 13: Coeficientes de velocidades en la línea 5 de energía

cálculos para el punto 1-a				
$\rho_{1a}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_1(\text{mm})$	$m_{1a}(\text{mm})$
26.19	0.140	0.91	205.573	78.54

cálculos para el punto a-b				
$\rho_{ab}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_a(\text{mm})$	$m_{ab}(\text{mm})$
21.1497	0.140	0.91	166.01	3.870399

cálculos para el punto b-c				
$\rho_{bc}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_b(\text{mm})$	$m_{bc}(\text{mm})$
21.0592	0.140	0.91	165.3	6.394916

cálculos para el punto c-d				
$\rho_{cd}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_c(\text{mm})$	$m_{cd}(\text{mm})$
20.8936	0.140	0.91	164	25.11868

cálculos para el punto d-2				
$\rho_{d2}(\text{mm})$	$\phi/5$ (rad)	escala E	$R_d(\text{mm})$	$m_{d2}(\text{mm})$
20.6388	0.140	0.91	162	22.90069

Tabla 14: Distancia de las líneas de energía en la red 5 de corriente

Cálculos de coeficientes de velocidades, según trayectoria sobre línea de corriente.						
n(rps)	$K_{U1}(m/s)$	$K_{Cu1}(m/s)$	$K_{Cm1}(m/s)$	β_1	raíz de $2gh$	R1(m)
25.245	0.7500	0.67	0.25	71.5591	42.2946	0.21452
n(rps)	$K_{Ua}(m/s)$	$K_{Cua}(m/s)$	$K_{Cma}(m/s)$	β_a	raíz de $2gh$	Ra(m)
25.245	0.3528	1.10191714	0.14	10.834161	42.2946	0.18814
n(rps)	$K_{Ub}(m/s)$	$K_{Cub}(m/s)$	$K_{Cmb}(m/s)$	β_b	raíz de $2gh$	Rb(m)
25.245	0.3527005	0.7867866	0.1	13.437731	42.2946	0.18809
n(rps)	$K_{Uc}(m/s)$	$K_{Cuc}(m/s)$	$K_{Cmc}(m/s)$	β_c	raíz de $2gh$	Rc(m)
25.245	0.3527942	0.47123787	0.42	24.521807	42.2946	0.18814
n(rps)	$K_{Ud}(m/s)$	$K_{Cud}(m/s)$	$K_{Cmd}(m/s)$	β_d	raíz de $2gh$	Rd(m)
25.245	0.3527942	0.15589824	0.52	31.345794	42.2946	0.18814
n(rps)	$K_{U2}(m/s)$	$K_{Cu2}(m/s)$	$K_{Cm2}(m/s)$	β_2	raíz de $2gh$	R2(m)
25.245	0.3527942	0.15589824	0.52	31.345794	42.2946	0.18814

Tabla 15: Coeficientes de velocidades en la línea 6 de energía

calculas para el punto1-a				
$\rho_{1a}(\text{mm})$	$\phi/5 \text{ (rad)}$	escala E	$R_1(\text{mm})$	$m_{1a}(\text{mm})$
27.329848	0.140	0.91	214.52	81.96

cálculos para el punto a-b				
$\rho_{ab}(\text{mm})$	$\phi/5 \text{ (rad)}$	escala E	$R_a(\text{mm})$	$m_{ab}(\text{mm})$
23.969036	0.140	0.91	188.14	4.5871506

cálculos para el punto b-c				
$\rho_{bc}(\text{mm})$	$\phi/5 \text{ (rad)}$	escala E	$R_b(\text{mm})$	$m_{bc}(\text{mm})$
23.962666	0.140	0.91	188.09	5.7253907

cálculos para el punto c-d				
$\rho_{cd}(\text{mm})$	$\phi/5 \text{ (rad)}$	escala E	$R_c(\text{mm})$	$m_{cd}(\text{mm})$
23.969036	0.140	0.91	188.14	10.934338

cálculos para el punto d-2				
$\rho_{d2}(\text{mm})$	$\phi/5 \text{ (rad)}$	escala E	$R_d(\text{mm})$	$m_{d2}(\text{mm})$
23.969036	0.140	0.91	188.14	14.599655

Tabla 16: Distancia de las líneas de energía en la red 6 de corriente

Conclusiones.

- 1) Mediante diferentes cálculos y las bibliografías citadas se seleccionó el tipo de rodete Francis para el salto La Sirena el cual es el rodete Francis rápido.
- 2) Conseguimos los parámetros de trabajo del rodete modelo y pudimos demostrar su semejanza geométrica con el rodete prototipo utilizando las leyes de semejanzas de las turbinas hidráulicas .
- 3) Por medio de un programa hecho en C++ se obtuvo las dimensiones de los alabes de la turbina basándonos en las ecuaciones del Metodo de Bovet.
- 4) Utilizando el procedimiento de las líneas de energía se logro trazar las 6 líneas de corriente de los alabes los cuales muestra el comportamiento del agua en el rodete.
- 5) Con programas asistidos por computadoras (AUTOCAD Y SOLIDWORK) se dibujaron el alabe y el rodete modelo.

Recomendaciones.

- Las turbinas Francis de gran potencia suelen construirse en piezas que se sueldan entre sí. Las soldaduras deben ser cuidadosamente realizada reduciendo las tensiones y el riesgo de fisura a un mínimo.
- El trazado de la red de corriente es un proceso grafico por tanteo, este método puede sufrir modificaciones para mejorar el trazado de las líneas de energía.
- Realizar un ensayo en un banco de prueba esto permitira validar el desempeño del rodete para corregir las modificaciones que se deriven del estudio experimental.
- Para la construcción del rodete se recomienda mecanizar los elementos constitutivos del rodete: cubo,alabes y llanta. Todos estos elementos deben ser mecanizados en un proceso controlado numericamente. Una vez obtenida las piezas cada álabe se soldara con el cubo finalizando con la llanta, el proceso de soldadura recomendado es el TIG a fin de garantizar cordones de soldadura pequeños y de buena penetración.

Bibliografía.

- 1) Matiax Claudio. Turbomáquinas hidráulicas 3^{era} Edit. Madrid Edit. ICAI.
- 2) Polo E. Manuel. Turbomáquinas hidráulicas.
- 3) Matiax Claudio. Mecánica de fluidos y maquinas hidráulicas 2^{da} Edit. Madrid Edit. ICAI.
- 4) Nechleba Miroslav. Turbinas hidráulicas 1^{era} Edit. Praga Edit. ARTIA.
- 5) Iván E. Montero. S.; William. A. Santana. S. Tesis monográfica “ Diseño de una turbina hidráulica para el proyecto energético La Sirena”.

Índices de figuras

Imagen 1: Rodetes Francis.....	10
Figura 2: Rodete Francis Normal	12
Figura 3: Rodete Francis Rápido.....	13
Figura 4: Curvas límites de volumen ocupado por los álabes.....	19
Figura 5: Turbina Francis centrípeta muy lenta.....	20
Figura 6: Radios característicos de las arista de entrada y salida	21
Figura 7: Hilo de corriente medio en el rodete de una turbina Francis	22
Figura 8: Variación de la forma del rodete y del triángulo de velocidad de entrada de las turbinas hidráulicas al aumentar n_s.....	25
Figura 9: Perfiles hidráulicos obtenidos por el procedimientos de Bovet de n_o crecientes	26
Figura 11: Dimensiones características del canal del rodete	27
Figura 10: Curvas limites interior y exterior del perfil hidráulico	27
Figura 12: Nomenclatura DIN 1331 para triángulos de velocidades	29
Figura 13: Triángulo de velocidad a la entrada del rodete	30
Figura 14: Triángulo de velocidad a la salida del rodete	33
Figura 15: Red de corriente inscrita en el perfil hidráulico	36
Figura 16: Red de corriente inscrita en flujo uniforme.....	39
Figura 17: Línea de corriente representada: a) sobre una superficie de corriente en perspectiva b) en proyección longitudinal c) en proyección transversal d) en transformación cilíndrica de corriente.....	40
Figura 18: a)sección meridional de la turbina Francis, con las turbinas parciales, líneas de corriente y cortes verdaderos con los planos axiales (los cortes proyectados circularmente) b) sección transversal de la turbina Francis, trazos de planos axiales de igual energía (líneas radiales) y líneas de corriente proyectadas ortogonalmente c) estudio de las líneas de corriente φ, I, II, rectas de energía y triángulos de coeficientes de velocidades d) línea de corriente en transformación conforme cilíndrica.....	45
Figura 19: Corte transversal del rodete. Partes principales	46
Figura 20: Puntos de intersección de la arista interna con la corona superior	49
Figura 21: Puntos de intersección de la arista interior con la llanta	49
Figura 22: Inscripción de la red de corriente en el interior del perfil hidráulico	72
Figura 234: Triangulo de velocidad de los coeficientes de velocidad.....	80

Índice de Tablas

Tabla 1	48
Tabla 2: Parámetros de la Turbina Francis prototipo.	52
Tabla 3: Rectificaciones de la red de corriente en el interior del perfil hidráulico.....	73
Tabla 4: Coeficientes de velocidades meridionales	77
Tabla 5: Coeficientes de velocidades en la línea 1 de energía.	82
Tabla 6: Distancia de las líneas de energía en la red 1 de corriente.....	83
Tabla 7: Coeficientes de velocidades en la línea 2 de energía	84
Tabla 8: Distancia de las líneas de energía en la red 2 de corriente.....	85
Tabla 9: Coeficientes de velocidades en la línea 3 de energía	86
Tabla 10: Distancia de las líneas de energía en la red 3 de corriente.....	87
Tabla 11: Coeficientes de velocidades en la línea 4 de energía	88
Tabla 12: Distancia de las líneas de energía en la red 4 de corriente.....	89
Tabla 13: Coeficientes de velocidades en la línea 5 de energía	90
Tabla 14: Distancia de las líneas de energía en la red 5 de corriente.....	91
Tabla 15: Coeficientes de velocidades en la línea 6 de energía	92
Tabla 16: Distancia de las líneas de energía en la red 6 de corriente.....	93